幾何原本

四

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行

幾何原本

（四）

利瑪竇口譯
徐光啓筆受

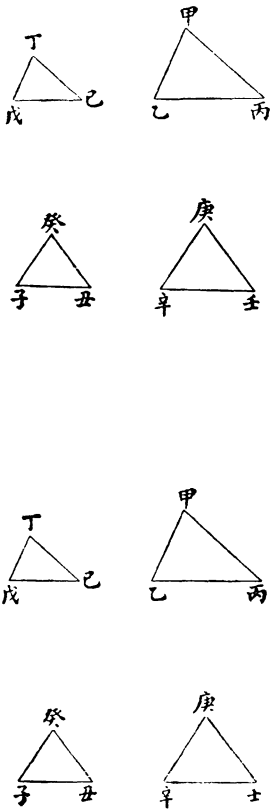
幾何原本第六卷之首

界說六則

第一界

凡形相當之各角等。而各等角旁兩線之比例。俱等。爲相似之形。

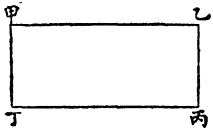
甲乙丙、丁戊己、兩角形之甲角、與丁角等。乙與戊、丙與己、各等。其甲角旁之甲乙、與甲丙、兩線之比例。若丁角旁之丁戊與丁己兩線。而甲乙與乙丙。若丁戊與戊己。甲丙與丙乙。若丁己與己戊。則此兩角形、爲相似之形。依顯凡平邊形、皆相似之形。如庚辛壬、癸子丑、俱平邊角形。其各角俱等。而各邊之比例亦等者、是也。四邊、五邊、以上諸形。俱倣此。

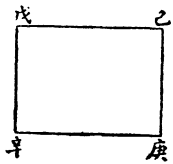


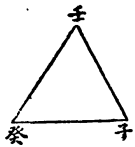
第二界

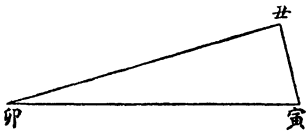
兩形之各兩邊線。互爲前後率。相與爲比例而等。爲互相視之形。

甲乙丙丁、戊己庚辛、兩方形。其甲乙、乙丙、邊與戊己、己庚、邊相與爲比例等。而彼此互爲前、後。如甲乙與戊己。若己庚與乙丙也。則此兩形爲互相視之形。依顯壬癸子、丑寅卯、兩角形之壬子與丑寅。若丑卯與壬癸。或壬癸與丑寅。若丑卯與壬子。亦互相視之形也。





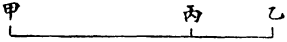




第三界

理分中末線者。一線兩分之。其全與大分之比例。若大分與小分之比例。

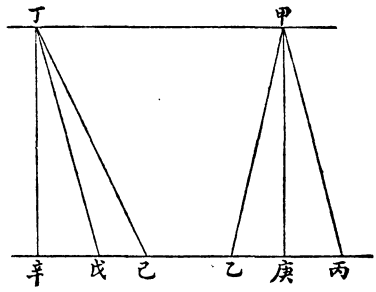
甲乙線。兩分之于丙。而甲乙與大分甲丙之比例。若大分甲丙與小分丙乙。此爲理分中末線。其分法。見本卷三十題。而與二卷十一題理同名異。此線爲用甚廣。至量體。尤所必須。十三卷諸題多賴之。古人目爲神分線也。



第四界

度各形之高。皆以垂線之亘爲度。

甲乙丙角形。從甲頂、向乙丙底。作甲庚垂線。卽甲庚爲甲乙丙之高。又丁戊己角形。作丁辛垂線。卽丁辛爲丁戊己之高。若兩形相視。兩垂線等。卽兩形之高、必等。如上兩形在兩平行線之內者是也。若以丙、己、爲頂。以甲乙、丁戊、爲底。則不等。自餘諸形之度高、俱倣此。

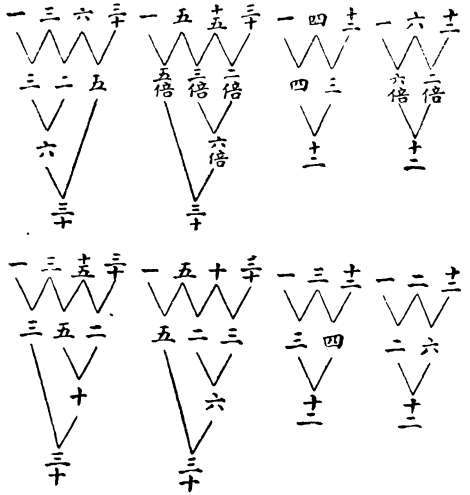


凡度物高。以頂底爲界。以垂線爲度。蓋物之定度。止有一。不得有二。自頂至底。垂線一而已。偏線無數也。

第五界

比例以比例相結者。以多比例之命數、相乘、除、而結爲一比例之命數。

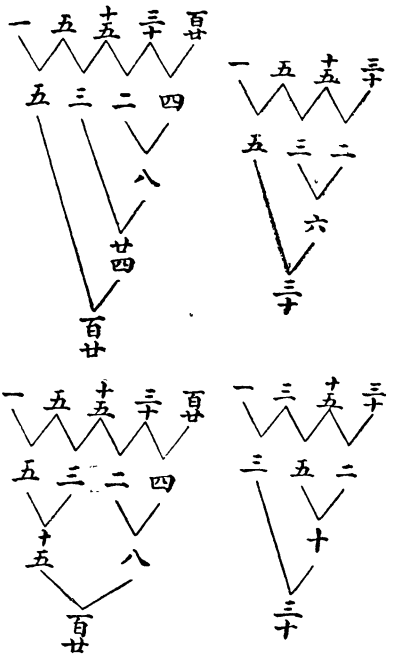
此各比例、不同理、而相聚爲一比例者。則用相結之法。合各比例之命數。求首尾一比例之命數也。曷爲比例之命數。謂大幾何、所倍於小幾何若干。或小幾何、在大幾何內若干也。如大幾何、四倍於小。或



小幾何、爲大四分之一。卽各以四爲命比例之數也。五卷界說三今言以彼多比例之命數、相乘、除、而結爲此一比例之命數者。如十二倍之此比例。則以彼二倍、六倍、兩比例相結也。二六相乘爲十二、故也。或以彼三倍、四倍、兩比例相結也。三四相乘亦十二、故也。又如三十倍之此比例。則以彼二倍、三倍、五倍、三比例相結也。二乘三爲六、六乘五爲三十、故也。其曰相結者。相結之理。蓋在中率。凡中率爲前比例之後。後比例之前。故以二比例合爲一比例。則中率爲輳合之因。如兩爿合。此爲之膠。如兩襟合。此爲之紐矣。第五卷第十界、言數幾何爲同理之比例。則第一與第三、爲再加之比例。再加者。以前中二率之命數。再加爲前後二率之命數。亦以中率爲紐也。但彼所言者。多比例同理。故止以第一比例之命數累加之。此題所言。則不同理之多比例。不得以第一比例之命數累加之。故用此乘除相結之理。于不同理之中。求其同理。別爲累加之法。其紐結之義。頗相類焉。下文仍發明借象

之術、以需後用也。

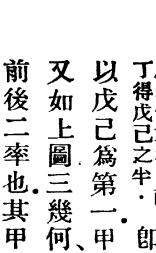
五卷言多比例同理者。第一、與第三爲再加。與第四爲三加。與第五爲四加。以至無窮。今此相結之理。亦以三率爲始。三率則兩比例相乘除、而中率爲紐也。若四率。則先以前三率之兩比例、相乘除、而結爲一比例。復以此初結之比例、與第三比例乘除、相結爲一比例也。若五率。則先以前三率之兩比例、乘除相結。復以此再結之比例、與第三比例、乘除相結。又以三結之比例、與第四比例、乘除相結、爲一比例也。或以第一第二第三率之兩比例、乘除相結。以第三第四第五之兩比例、乘除相結。又以此二所結比例、乘除相結、而爲一比例也。自六以上。倣此以至無窮。



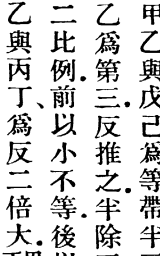
設三幾何、爲二比例、不同理、而合爲一比例。則以第一與二、第二與三、兩比例相結也。如上圖。三幾何、

二比例皆以大不等者其甲乙與丙丁爲二倍大丙丁與戊己爲三倍大則甲乙與戊己爲六倍大二乘三爲六也若以小不等戊己爲第一甲乙爲第三三乘二亦六則戊己與甲乙爲反六倍大也

甲乙與丙丁既二倍大試以甲乙二平分之爲甲庚庚乙必各與丙丁等丙丁與戊己既三倍大而甲庚庚乙各與丙丁等即甲庚亦三倍大于戊己庚乙亦三倍大於戊己而甲乙必六倍大於戊己



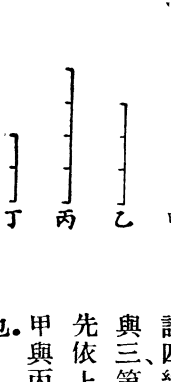
又如上圖三幾何二比例前以大不等後以小不等者中率小于前後兩率也其甲乙與丙丁爲三倍大丙丁與戊己爲反二倍大反二倍大者丙丁得戊己之半即甲乙與戊己爲等帶半三乘半得等帶半也若以戊己爲第一甲乙爲第三反推之半除三爲反等帶半也



又如上圖三幾何二比例前以小不等後以大不等者中率大於前後二率也其甲乙與丙丁爲反二倍大甲乙得丙丁之半丙丁與戊己爲等帶三分之一即甲乙與戊己爲反等帶半甲乙得戊己三分之二何者如甲乙二即丙丁當四丙丁四即戊己當三是甲乙二戊己當三也

後增其乘除之法則以命數三帶得數一爲四以半除之得二二比三爲反等帶半也若以戊己爲第

一。甲乙爲第三三比二、爲等帶半也。



設四幾何、爲三比例、不同理、而合爲一比例。則以第一與二、第二與三、第三與四、三比例相結也。如上圖。甲、乙、丙、丁、四幾何、三比例。先依上論。以甲與乙、乙與丙、二比例、相結。爲甲與丙之比例。次以甲與丙、丙與丁、相結。卽得甲與丁之比例也。如是遞結。可至無窮也。

或用此圖、申明本題之旨曰。甲與乙之命數爲丁。乙與丙之命數爲戊。卽甲與丙之命數爲己。何者。三命數、以一丁、二戊、相乘得三己。卽三比例、以一甲與乙、二乙與丙、相乘得三甲與丙、

後增。若多幾何、各帶分、而多寡不等者。當用通分法。如設前比例、爲反五倍帶三之二。後比例、爲二倍大帶八之一。卽以前命數三、通其五倍、爲十五。得分數從之、爲十七。是前比例爲三與十七也。以後命數八、通其二倍、爲十六。得分數從之、爲十七。是後比例爲十七與八也。卽首尾二幾何之比例。爲三與八。得

二倍大帶三之二也。

曷謂借象之術。如上所說、三幾何、二比例者。皆以中率爲前比例之後。後比例之前。乘除相結。略如連比例之同用一中率也。而不同理。別有二比例異中率者。是不同理之斷比例也。無法可以相結。當于其所設幾何之外。別立三幾何、二比例、而同中率者。乘除相結。作爲儀式。以彼異中率之四幾何、二比例。依倣求之。卽得。故謂之借象術也。假如所設幾何。十六爲首。十二爲尾。却云十六與十二之比例。若

十六　八　廿四　十六　六　廿四　十六　六　廿四

三　九　九　三六　二　八

二　九　四　三六　四　八

十二　四　十八　十二　二　十八　十二　九　十八

十六　四　廿四　十六　四　廿四　十六　四　廿四

九　五四　二　十二　六　三六

六　五四　六　十二　二　三六

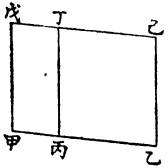
十二　二　十八　十二　九　十八　十二　一　十八

八與三、及二與四之比例。八爲前比例之前。四爲後比例之後。三與二、爲前之後、後之前。此所謂異中率也。欲以此二比例、乘除相結。無法可通矣。用是別立三幾何、二比例。如其八與三、二與四、之比例。而務令同中率。如三其八、得二十四、爲前比例之前。三其三、得九、爲前比例之後。卽以九爲後比例之前。又求九與何數爲比例、若二與四。得十八。爲後比例之後。其二十四與九。若八與三也。九與十八。若二與四也。則十六與十二。若二十四與十八。俱爲等帶半之比例矣。是用借象之術。變異中率爲同中率。乘除相結。而合二比例爲一比例也。其三比例以上。亦如上方所說。展轉借象。遞結之。詳見本卷二十三題。算家所用借象金法、雙金法、俱本此。

第六界

平行方形不滿一線。爲形小于線。若形有餘。線不足。爲形大于線。

甲乙線。其上作甲戊丁丙平行方形。不滿甲乙線。而丙乙上無形。卽作己乙線、與丁丙平行。次引戊丁線、遇己乙於己。是爲甲戊己乙滿甲乙線平行方形。則甲丁爲依甲乙線之有闕平行方形。而丙己平行方形爲甲丁之闕形。又甲丙線上、作甲戊己乙平行方形。其甲乙邊、大于元設甲丙線之較、爲丙乙、而甲己形、大于甲丙線上之甲丁形。則甲己爲依甲丙線之帶餘平行方形。而丙己平行方形、爲甲己之餘形。



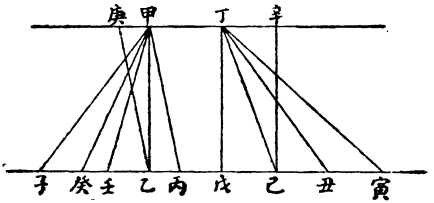
幾何原本第六卷

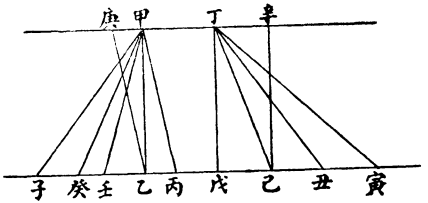
本篇論線面之比例　計三十三題

第一題

等高之三角形、方形、自相與爲比例、與其底之比例等、

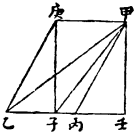
解曰甲乙丙、丁戊己、兩角形等高、其底乙丙、戊己、丙庚、戊辛、兩方形等高、其底乙丙、戊己、題言甲乙丙與丁戊己之比例、丙庚與戊辛之比例、皆若乙丙與戊己、

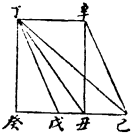




論曰。試置四形于庚辛、子寅兩平行線內。凡形自頂至底作垂線。即本形之高。故等高者。必在平行線內。見本卷界說四。於乙子線內、作數底線。各與乙丙等。爲乙壬、壬癸、癸子、于己寅線內、作數底線。各與戊己等。爲己丑、丑寅。次從甲、從丁、作甲壬、甲癸、甲子、丁丑、丁寅、諸線。其甲乙丙、甲乙壬、甲壬癸、甲癸子、四三角形。既等底、而在平行線內。即等。一卷三八依顯丁戊己、丁己丑、丁丑寅、三三角形、亦等。則子丙底線。大于乙丙、若干倍。而甲子丙角形。大于甲乙丙、亦若干倍。依顯戊寅之倍戊己。亦若丁戊寅之倍丁戊己。底線分數與形之分數等。故。即用三試法。若子丙底、大于戊寅底。則甲子丙形、亦大于丁戊寅形也。若等、亦等。若小、亦小也。一卷三八則一乙丙所倍之子丙。三甲乙丙所倍之甲子丙。與二戊己所倍之戊寅。四丁戊己所倍之丁戊寅。等、大、小、皆同類也。而一乙丙底與二戊己底之比例。若三甲乙丙與四丁戊己矣。五卷六界又丙庚、戊辛、兩方形。各倍大于甲乙丙、丁戊己、兩角形。一卷卅三而甲乙丙與丁戊己之比例。既若乙丙與戊己。即丙庚、與戊辛、兩方形之比例。亦若乙丙、與戊己、兩底矣。五卷十五或從壬、癸、子、及丑、寅、各作直線。與庚乙、辛己、平行。即依上論推顯。

增題。凡兩角形。兩方形。各等底。其自相與爲比例。若兩形之高之比例。

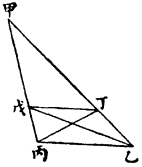




解曰。甲乙丙、與丁戊己、兩角形。甲庚乙丙、與丁戊己辛、兩方形。其底乙丙、與戊己、等。題言甲乙丙、與丁戊己、兩角形之比例。甲庚乙丙、與丁戊己辛、兩方形之比例。皆若甲壬、與丁癸。兩高。

論曰。試作子壬底線。與乙丙等。作丑癸底線。與戊己等。次作甲子、丁丑、兩線。其甲壬子、與甲乙丙、兩角形等底。又等高。卽等。依顯丁癸丑、與丁戊己、兩角形亦等。一卷三八 卽甲乙丙與丁戊己之比例。若甲壬子與丁癸丑也。五卷七 今以甲壬、丁癸、爲底。卽甲壬子、與丁癸丑、兩角形之比例。若甲壬與丁癸兩底也。本篇一 而甲乙丙與丁戊己之比例。亦若甲壬與丁癸矣。又甲乙丙、與丁戊己、兩角形之比例。既以倍大故、若甲庚乙丙、與丁戊己辛、兩方形之比例。五卷十五 卽兩方形之比例。亦若甲壬與丁癸兩底也。五卷十一 若作庚子、辛丑、兩線。亦依前論推顯。

第二題　二支



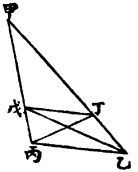
三角形。任依一邊作平行線。卽此線分兩餘邊以爲比例。必等。三角形內。有一線分兩邊以爲比例。而等。卽此線與餘邊爲平行。

先解曰。甲乙丙角形內。如作丁戊線、與乙丙平行。題言丁戊分甲乙、甲丙、于丁、于戊、以爲比例、必等者。甲丁與丁乙。若甲戊與戊丙也。

論曰。試作丁丙、戊乙、兩線。其丁戊乙、丁戊丙、兩角形。同以丁戊爲底。同在兩平行線內。即等。一卷三七 而甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例。若甲戊丁與丁戊丙矣。五卷七 夫甲戊丁與丁戊乙兩角形。亦在平行線內。若于戊點上作一線、與甲乙平行。即兩形在其內。則甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例。若甲丁與丁乙兩底也。本篇一 依顯甲戊與戊丙兩底之比例。亦若甲戊丁與丁戊丙兩角形也。兩形亦在兩平行線內故是甲丁與丁乙兩線之比例。甲戊與戊丙兩線之比例。皆若甲戊丁與丁戊乙也。或與丁戊丙也。丁戊乙與丁戊丙等 則甲丁與丁乙。亦若甲戊與戊丙也。五卷十一

後解曰。甲乙丙角形內。有丁戊線。分甲乙、甲丙、于丁、于戊、以爲比例、而等。題言丁戊與乙丙爲平行線。

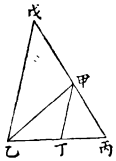
論曰試作丁丙、戊乙、兩線。其甲丁與丁乙兩底之比例。若甲戊丁與丁戊乙兩角形也。在兩平行線內故。見本篇一。而甲丁與丁乙之比例。若甲戊與戊丙。即甲戊丁與丁戊乙之比例。亦若甲戊與戊丙也。五卷十一 又甲戊與戊丙兩底之比例。既若甲戊丁與丁戊丙。在兩平行線內故。見本篇一。則甲戊丁與丁戊乙之比例。亦若甲戊丁與丁戊丙也。五卷十一 而丁戊乙與丁戊丙兩角形等矣。五卷九 兩角形、同以丁戊爲底、而等。則在兩平行線內。一卷廿九



第三題　二支

三角形。任以直線、分一角爲兩平分。而分對角邊爲兩分。則兩分之比例。若餘兩邊之比例。三角形分角

之線所分對角邊之比例若餘兩邊則所分角爲兩平分



先解曰甲乙丙角形以甲丁線分乙甲丙角爲兩平分題言乙丁與丁丙之比例若乙甲與甲丙

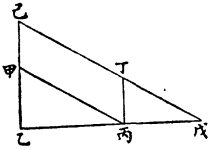
論曰試作乙戊線與甲丁平行次于丙甲線引長之至戊其甲乙戊與乙甲丁爲平行線相對之兩內角等外角丁甲丙與內角戊亦等一卷廿九今乙甲丁與丁甲丙又等卽甲乙戊角與戊角亦等也而甲戊與甲乙兩腰亦等矣一卷六則戊甲與甲丙之比例若乙甲與甲丙也五卷七夫戊甲與甲丙之比例若乙丁與丁丙也本篇二則乙甲與甲丙之比例亦若乙丁與丁丙也五卷十一

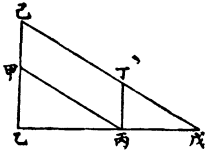
後解曰乙丁與丁丙之比例若乙甲與甲丙題言甲丁線分乙甲丙角爲兩平分

論曰依前作乙戊線與甲丁平行而引丙甲線至戊其乙甲與甲丙之比例既若乙丁與丁丙甲丁線又與戊乙邊平行而乙丁與丁丙之比例若戊甲與甲丙本篇二卽乙甲與甲丙之比例亦若戊甲與甲丙五卷十一是戊甲與乙甲兩線等矣五卷九則甲乙戊角與戊角亦等也一卷五夫甲乙戊與乙甲丁爲平行線相對之兩內角等而外角丁甲丙與內角戊亦等一卷廿九則乙甲丁丁甲丙兩角必等

第四題

凡等角三角形。其在等角旁之各兩腰線。相與爲比例、必等。而對等角之邊、爲相似之邊。

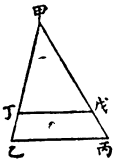




解曰。甲乙丙、丁丙戊、兩角形等角者。甲乙丙與丁丙戊。甲丙乙與丁戊丙。乙甲丙與丙丁戊。每相當之各角、俱等也。題言甲乙與乙丙之比例。若丁丙與丙戊。甲乙與甲丙。若丁丙與丁戊。甲丙與乙丙。若丁戊與丙戊。而每對等角之邊各相似。相似者。謂各前各後率。各對本形之相當等角。

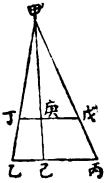
論曰。試並置兩角形。令乙丙、丙戊、兩底爲一直線。而丁丙戊爲甲乙丙之外角。其甲乙丙、甲丙乙、兩角。既小于兩直角。一卷廿七 丁戊丙、與甲丙乙、兩角又等。卽乙、戊、兩角。亦小於兩直角。而乙甲、戊丁、兩線。引出之、必相遇。一卷界說十一 卽作兩線。令遇於己。其丁丙戊外角、與甲乙丙內角、既等。卽丁丙與己乙、爲平行線。一卷廿八 依顯甲丙乙外角、與丁戊丙內角、既等。卽甲丙與己戊、亦平行線。一卷廿八 而甲己丁丙、爲平行線方形。則甲己與丁丙、兩線等也。一卷廿四 夫乙戊己角形內之甲丙線。既與己戊邊平行。卽甲乙、與等甲己之丁丙、之比例。若乙丙與丙戊也。本篇二 更之。卽甲乙與乙丙。若丁丙與丙戊也。五卷十六 又乙戊己角形內之丁丙線。既與己乙邊平行。卽乙丙與丙戊之比例。若等己丁之甲丙、與丁戊也。本篇二 更之。卽乙丙與甲丙。若丙戊與丁戊也。五卷十六 甲乙與乙丙。既若丁丙與丙戊。而乙丙與甲丙。

又若丙戊與丁戊。平之。即甲乙與甲丙。若丁丙與丁戊也。五卷廿二



一系。凡角形內之直線。與一邊平行。而截一分爲角形。必與全形相似。如上甲乙丙角形。作丁戊直線。與乙丙平行。而截一分爲甲丁戊角形。必與甲乙丙全形相似。何者。甲丁戊外角、與甲乙丙內角、等。甲戊丁外角、亦與甲丙乙內角等。一卷廿九 甲角又同。即兩形相似。而各等角旁兩邊之比例等。本題

增題。凡角形之內。任依一邊。作一平行線。于此邊任取一點。向對角作直線。則所分兩平行線。比例等。



解曰。甲乙丙角形內。作丁戊線。與乙丙平行。次于乙丙邊。任取己點。向甲角作直線。分丁戊于庚。題言乙己與己丙之比例。若丁庚與庚戊。

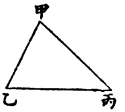
論曰。甲己乙、甲庚丁、兩角形既相似。本系 即甲己與己乙之比例。若甲庚與庚丁也。更之。即甲己與甲庚。若己乙與庚丁也。五卷十六 依顯甲己與甲庚。若己丙與庚戊也。則乙己與丁庚。亦若己丙與庚戊也。五卷十一 更之。即乙己與己丙。若丁庚與庚戊也。五卷十六

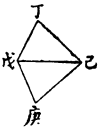
又論曰。甲己乙、甲庚丁、兩角形。甲己丙、甲庚戊、兩角形。既各相似。即乙己與甲己之比例。若丁庚與庚甲也。本系 依顯甲己與己丙。亦若甲庚與庚戊也。平之。即乙己與己丙。若丁庚與庚戊也。五卷廿二

第五題

兩三角形。其各兩邊之比例等。即兩形爲等角形。而對各相似邊之角、各等。

解曰。甲乙丙、丁戊己、兩角形。其各兩邊之比例等者。甲乙與乙丙。若丁戊與戊己。而乙丙與甲丙。若戊己與丁己。甲丙與甲乙。若丁己與丁戊也。題言此兩形爲等角形。而對各相似邊之角。甲與丁。乙與戊。丙與己。各等。





論曰。試作己戊庚角、與乙角等。作庚己戊角、與丙角等。而戊庚、己庚、兩線遇於庚。即庚角與甲角等。一卷三二是甲乙丙、庚戊己、兩形等角矣。則甲乙與乙丙之比例。若庚戊與戊己也。本篇四甲乙與乙丙。元若丁戊與戊己。則庚戊與戊己。亦若丁戊與戊己也。五卷十一而丁戊與庚戊、兩線必等。五卷九又乙丙與甲丙之比例。若戊己與庚己。本篇四而乙丙與甲丙。元若戊己與丁己。則戊己與庚己。亦若戊己與丁己也。五卷十一而丁己與庚己、兩線必等。五卷九夫庚戊、庚己、兩腰。既與丁戊、丁己、兩腰各等。戊己同底。即丁角與庚角、亦等。一卷八其餘庚戊己與丁戊己。庚己戊與丁己戊。各相當之角俱等。一卷四而庚角與甲角既等。即丁角與甲角亦等。丁戊己角與乙角。丁己戊角與丙角。俱等。

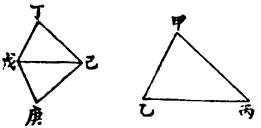
第六題

兩三角形之一角等。而等角旁之各兩邊、比例等。即兩形爲等角形。而對各相似邊之角、各等。

解曰。甲乙丙、丁戊己、兩角形。其乙與戊兩角等。而甲乙與乙丙之比例。若丁戊與戊己。題言餘角丙與

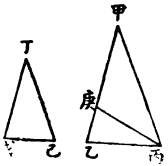
己甲與丁俱等

論曰。試作己戊庚角。與乙角等。作庚己戊角。與丙角等。而戊庚、己庚、兩線遇於庚。依前論推顯甲乙丙、庚戊己、兩形等角。卽甲乙與乙丙之比例。若庚戊與戊己也。本篇四 甲乙與乙丙。元若丁戊與戊己。則庚戊與戊己。亦若丁戊與戊己也。五卷十一 而丁戊與庚戊、兩線必等。五卷九 夫丁戊、庚戊、兩邊既等。戊己同邊。庚戊己角、與丁戊己角、又等。丁戊己角、與乙角等。而己戊庚、亦與乙等、故。卽其餘各相當之角俱等。一卷四 而庚角既與甲角等。庚己戊角、既與丙角等。卽甲角、丙角、與丁角、戊己丁角、各等。而甲乙丙、丁戊己、爲等角形矣。

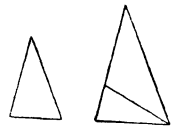


第七題

兩三角形之第一角等。而第二相當角、各兩旁之邊、比例等。其第三相當角。或俱小于直角。或俱不小于直角。卽兩形爲等角形。而對各相似邊之角、各等。



解曰。甲乙丙、丁戊己、兩角形。其一甲角、與一丁角、等。而第二相當角。如甲丙乙、兩旁之甲丙、丙乙、兩邊。偕丁己戊、兩旁之丁己、己戊、兩邊。比例等。其第三相當角。如乙與戊。或俱小于直角。或俱不小于直角。題言兩形等角者。謂甲丙乙角與己等乙角與戊等。

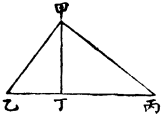


先論乙與戊、俱小于直角者、曰。如云不然、而甲丙乙大于己。令作甲丙庚角、與己等。即甲庚丙角、宜與戊等。一卷廿二甲庚丙、與丁戊己、爲等角形矣。即甲丙與丙庚之比例。宜若丁己與己戊。本篇四而先設甲丙與丙乙。若丁己與己戊也。是甲丙與丙庚。亦若甲丙與丙乙也。五卷十一是庚丙與乙丙、兩線等也。五卷九丙庚乙與丙乙庚、兩角亦等也。一卷五夫乙既小于直角。即等腰內之丙庚乙、亦小于直角。則較角之丙庚甲。必大于直角也。丙庚甲、丙庚乙、兩角等于兩直角。見一卷十三而丙庚甲既與戊等。則丙庚乙、宜大于直角矣。其相等之乙角。何由得小于直角也。

後論乙與戊、俱不小于直角者、曰。如云不然。依先論乙角與丙庚乙角等。即丙庚乙、亦不小于直角。夫丙庚乙、丙乙庚。同爲角形內之兩角。乃俱不小于直角。一卷十七何也。則甲丙乙、不得不等于丁己戊也。而其餘乙與戊角等矣。一卷廿二

第八題

直角三邊形。從直角向對邊。作一垂線。分本形爲兩直角三邊形。即兩形皆與全形相似。亦自相似。

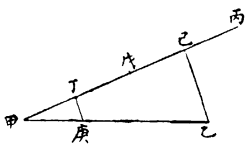


解曰。甲乙丙直角三邊形。從乙甲丙直角。作甲丁垂線。題言所分甲丁丙、甲丁乙、兩三邊形。皆與全形相似。亦自相似。

論曰。甲乙丙、甲丁丙、兩形。既各以乙甲丙、甲丁丙、爲直角。而丙角又同。即其餘甲乙丙、丁甲丙、兩角必等。一卷三二則甲乙丙、甲丁丙、兩形必爲等角形。而等角旁

之各兩邊、比例必等。等者。謂乙丙與甲丙。若甲丙與丙丁也。甲丙與甲乙。若丙丁與甲丁也。乙丙與甲乙。若甲丙與甲丁也。即甲丁丙角形、與甲乙丙全形、相似矣。本篇四 依顯甲丁乙角形。與甲乙丙全形。亦相似也。何者。丙甲乙、甲丁乙、兩皆直角。而乙角又同。即其餘甲丙乙、丁甲乙、兩角必等。一卷廿二 甲乙丙、甲丁乙、兩形必爲等角形。而等角旁之各兩邊、比例必等。故也。依顯甲丁乙、甲丁丙、兩角形、亦相似也。何者。兩形各與全形相似。即兩形自相似。五卷十一

系。從直角、作垂線。即此線爲兩分對邊線比例之中率。而直角旁兩邊。各爲對角全邊、與同方分邊、比例之中率。何者。丙丁與丁甲之比例。若丁甲與丁乙也。故丁甲爲丙丁、丁乙、兩分邊比例之中率也。又乙丙與丙甲之比例。若丙甲與丙丁也。故丙甲爲乙丙、丙丁之中率也。乙丙與乙甲之比例。若乙甲與乙丁也。故乙甲爲乙丙、乙丁之中率也。



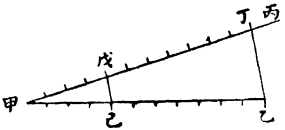
第九題

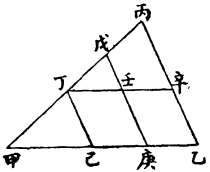
一直線。求截所取之分。

法曰。甲乙直線。求截取三分之一。先從甲、任作一甲丙線、爲丙甲乙角。次從甲向丙。任作所命分之平度。如甲丁、丁戊、戊己、爲三分也。次作己乙直線。末作丁庚線。與己乙平行。即甲庚爲甲乙三分之一。

論曰。甲乙己角形內之丁庚線。既與乙己邊平行。即己丁與丁甲之比例。若

乙庚與庚甲也。本篇二合之。己甲與甲丁。若乙甲與庚甲也。五卷十八而甲丁既爲己甲三分之一。卽庚甲亦爲乙甲三分之一也。





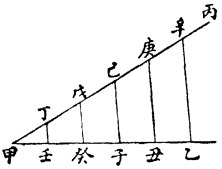
注曰。甲乙線。欲截取十一分之四。先作甲丙線、爲丙甲乙角。從甲向丙。任平分十一分、至丁。次作丁乙線。末從甲取四分、得戊。作戊己線。與丁乙平行。卽甲己爲十一分甲乙之四。何者。依上論、丁甲與戊甲之比例。若乙甲與己甲也。反之。甲戊與甲丁。若甲己與甲乙也。五卷四甲戊爲十一分甲丁之四。則甲己亦十一分甲乙之四矣。依此可推不盡分之數。蓋四不爲十一之盡分故。

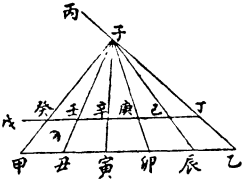
第十題

一直線。求截各分。如所設之截分。

法曰。甲乙線。求截各分。如所設甲丙任分之丁、戊、者。謂甲乙所分各分之比例。若甲丁、丁戊、戊丙也。先以甲乙、甲丙、兩線相聯于甲。任作丙甲乙角。次作丙乙線相聯。末從丁、從戊、作丁己、戊庚、兩線。皆與丙乙平行。卽分甲乙線于己、于庚。若甲丙之分于丁、于戊。

論曰。甲丁與丁戊之比例。既若甲己與己庚。本篇二卽甲己與己庚。亦若甲丁與丁戊也。更作丁辛線。與甲乙平行。而分戊庚于壬。卽丁戊與戊丙。若丁壬



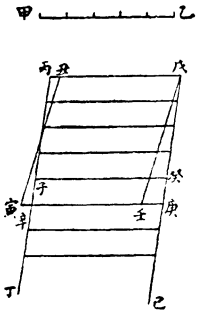


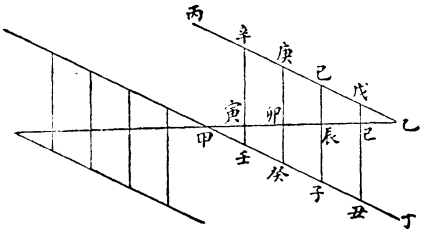
與壬辛也。亦若等丁壬之己庚。一卷廿四與等壬辛之庚乙也。本篇二則己庚與庚乙。亦若丁戊與戊丙也。

從此題。作一用法。平分一直線爲若干分。如甲乙線。求五平分。卽從甲、任作甲丙線。爲丙甲乙角。次從甲向丙。任作五平分。爲甲丁、丁戊、戊己、己庚、庚辛。次作辛乙直線相聯。末作丁壬、戊癸、己子、庚丑、四線。皆與辛乙平行。卽壬、癸、子、丑、分甲乙爲五平分。其理依前論推顯。

又一簡法。如甲乙線。求五平分。卽從丙任作丙乙線。爲丙乙甲角。次于乙丙、任取一點爲丁。作丁戊線。與甲乙平行。次從丁向戊。任作五平分。爲丁己、己庚、庚辛、辛壬、壬癸。而丁癸線。令小于甲乙。次從甲過癸。作甲子線。遇乙丙于子。末從子、作子壬、子辛、子庚、子己、四線。各引長之。而分甲乙于丑、于寅、于卯、于辰、爲五平分。

論曰。丁戊與甲乙既平行。卽子壬癸、與子丑甲、兩角。子癸壬、與子甲丑、兩角。各等。一卷廿九而甲子丑同角。卽甲子丑、癸子壬、兩角形相似矣。則子癸與癸壬之比例。若子甲與甲丑也。五卷四本篇依顯子壬與壬辛。若子丑與丑寅也。又癸壬與壬辛等。卽子壬與壬癸。若子壬與壬辛也。五卷七則子丑與丑甲。亦若子丑與丑寅也。而甲丑、丑寅、兩線等矣。五卷十一依顯寅卯、卯辰、辰乙、俱與甲丑等。則甲乙線爲五平分。





又一簡法。如甲乙線。求五平分。即從甲、從乙、作甲丁、乙丙、兩平行線。次從乙、任作戊、己、庚、辛、四平分。次用元度、從甲作壬、癸、子、丑、四平分。末作戊丑、己子、庚癸、辛壬、四線相聯。即分甲乙于己、于辰、于卯、于寅、爲五平分。

論曰。辛庚與壬癸、既平行相等。即辛壬與庚癸、亦平行。一卷廿三 依顯己子、戊丑、俱平行。而甲丑既爲四平分。則甲己亦四平分。本題 依顯乙辛既爲四平分。則乙寅亦四平分。而通甲乙爲五平分。

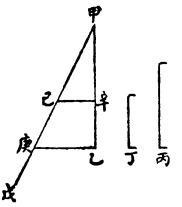
又用法。先作一器、丙丁、戊己、爲平行線。任平分爲若干格。每分作平行線相聯。今欲分甲乙爲五平分。

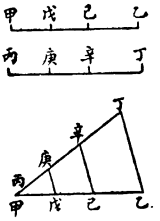
即規取甲乙之度。以一角抵戊丙線。而一角抵庚辛線。如不在庚辛者。即漸移之、令至也。既至壬。即戊壬之分。爲甲乙之分矣。

論曰。庚癸與子辛。既平行相等。即癸子、庚辛。亦平行相等。一卷廿三 而丙丁、戊己、內諸線。俱平行相等。戊庚爲五平分。即戊壬亦五平分矣。本題 戊壬之度。既與甲乙等。即自戊至壬諸格。分甲乙爲五平分也。如戊丙線上取丑點。而甲乙度、抵庚辛之外、若丑寅。即從庚辛

線引長之、爲庚寅。而癸子諸線、俱引長之。其丑寅仍爲五平分。如前論、若所欲分之線極小。則製器宜密。令相稱焉。

增題。有直線。求兩分之。而兩分之比例。若所設兩線之比例。



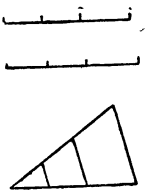


法曰。甲乙線。求兩分之。而兩分之比例。若所設丙與丁。先從甲任作甲戊線、而爲甲角。次截取甲己、與丙等。己庚、與丁等。次作庚乙線聯之。末作己辛線、與庚乙平行。卽分甲乙于辛。而甲辛與辛乙之比例。若丙與丁。說見本篇二。

又增題。兩直線。各三分之。各互爲兩前、兩後、率。比例等。卽兩中率與兩前、兩後率、各爲比例。亦等。

解曰。甲乙、丙丁、兩線、各三分之、于戊、于己、于庚、于辛。各互爲兩前兩後率。比例等者。甲戊與戊乙。若丙庚與庚丁。甲己與己乙。若丙辛與辛丁也。題言中率戊己、庚辛各與其前、後率、爲比例、亦等者。甲戊與戊己。若丙庚與庚辛。己乙與戊己。若辛丁與庚辛也。

論曰。甲戊與戊乙之比例。既若丙庚與庚丁。卽合之。甲乙與戊乙。若丙丁與庚丁也。而甲己與己乙。既若丙辛與辛丁。卽合之。甲乙與己乙。若丙丁與辛丁也。又反之。己乙與甲乙。若辛丁與丙丁也。夫己乙

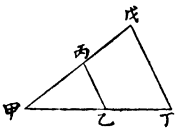


與甲乙。既若辛丁與丙丁。而甲乙與戊乙。又若丙丁與庚丁。卽平之。己乙與戊乙。亦若辛丁與庚丁也。五卷廿二 又轉之。戊乙與戊己。若庚丁與庚辛也。又分之。己乙與戊己。若辛丁與庚辛也。此後解也。又甲戊與戊乙。既若丙庚與庚丁。而戊乙與戊己。又若庚丁與庚辛。卽平之。甲戊與戊己。若丙庚與庚辛也。此前解也。

又簡論曰。如後圖。聯甲于丙。作乙甲丁角。次作丁乙、辛己、庚戊、三線相聯。其甲戊與戊乙之比例。既若丙庚與庚丁。卽庚戊與丁乙平行。本篇二 甲己與己乙。既若丙辛與辛丁。卽辛己與丁乙平行。本篇二 而庚戊與辛己亦平行。一卷三十 是甲戊與戊己。若丙庚與庚辛也。己乙與戊己。亦若辛丁與庚辛也。本篇二

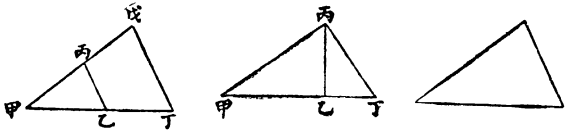
第十一題

兩直線。求別作一線。相與爲連比例。



法曰。甲乙、甲丙、兩線。求別作一線。相與爲連比例者。合兩線。任作甲角。而甲乙與甲戊之比例。若甲丙與他線也。先于甲乙引長之、爲乙丁。與甲丙等。次作丙乙線相聯。次從丁作丁戊線。與丙乙平行。末于甲丙引長之、遇于戊。卽丙戊爲所求線。如以甲丙爲前率。倣此。

論曰。甲丁戊角形內之丙乙線。既與戊丁邊平行。卽甲乙與乙丁之比例。若甲



丙與丙戊也。本篇二 而乙丁、甲丙、元等。卽甲乙與甲丙。若甲丙與丙戊也。五卷七

注曰。別有一法。以甲乙、乙丙、兩線。列作甲乙丙直角。次以甲丙線聯之。而甲乙引長之。末從丙作丙丁。爲甲丙之垂線。遇引長線于丁。卽乙丁爲所求線。

論曰。甲丙丁角形之甲丙丁。既爲直角。而從直角至甲丁底。有丙乙垂線。卽丙乙爲甲乙、乙丁、比例之中率。本篇八之系 則甲乙與乙丙。若乙丙與乙丁也。既從一二得三。卽從二三、求四、以上至于無窮。俱倣此。

第十二題

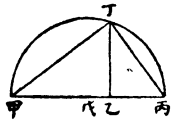
三直線。求別作一線。相與爲斷比例。

法曰。甲乙、乙丙、甲丁、三直線。求別作一線。相與爲斷比例者。謂甲丁與他線之比例。若甲乙與乙丙也。先以甲乙、乙丙、作直線。爲甲丙。次以甲丁線合甲丙。任作甲角。次作丁乙線相聯。次從丙作丙戊線。與丁乙平行。末自甲丁引長之。遇丙戊于戊。卽丁戊爲所求線。

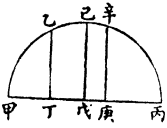
論曰。甲丙戊角形內之丁乙線。既與丙戊邊平行。卽甲丁與丁戊之比例。若甲乙與乙丙。本篇二

第十三題

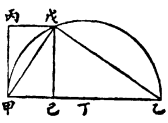
兩直線。求別作一線。爲連比例之中率。



法曰。甲乙、乙丙、兩直線。求別作一線爲中率者。謂甲乙與他線之比例。若他線與乙丙也。先以兩線作一直線。爲甲丙。次以甲丙兩平分于戊。次以戊爲心。甲丙爲界。作甲丁丙半圜。末從乙至圜界。作乙丁垂線。卽乙丁爲甲乙、乙丙、之中率。



論曰。試從丁作丁甲、丁丙、兩線。卽甲丁丙爲直角。三卷卅一而直角所下乙丁垂線。兩分對邊線甲丙。其甲乙與乙丁。若乙丁與乙丙也。本篇八之系則乙丁爲甲乙、乙丙、之中率。



注曰。依此題。可推凡半圜內之垂線。皆爲兩分徑線之中率線。如甲乙丙半圜。其乙丁爲甲丁、丁丙、之中率。己戊爲甲戊、戊丙、之中率。辛庚爲甲庚、庚丙、之中率也。何者。半圜之內。從垂線作角。皆爲直角。三卷卅一故依前論推顯各爲中率也。

增題。一直線。有他直線、大于元線二倍以上。求分他線爲兩分。而以元線爲中率。

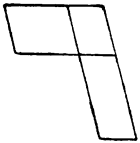
法曰。甲乙線。大于甲丙二倍以上。求兩分甲乙、而以甲丙爲中率。先以甲乙、甲丙、聯爲丙甲乙直角。而兩平分甲乙于丁。次以丁爲心。甲乙爲界。作甲戊乙半圜。次從丙作丙戊線。與甲乙平行。而遇半圜界于戊。末從戊作戊己垂線。而分

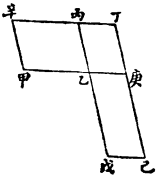
甲乙于己。卽戊己爲甲己、己乙、兩分之中率。

論曰。試作戊甲、戊乙、兩線。依本題論。卽戊己爲甲己、己乙、之中率。而甲丙戊己爲平行方形。卽丙甲與戊己等。一卷卅四 則丙甲亦甲己、己乙、之中率也。

第十四題 二支

兩平行方形等。一角又等。卽等角旁之兩邊。爲互相視之邊。兩平行方形之一角等。而等角旁兩邊、爲互相視之邊。卽兩形等。





先解曰。甲乙丙辛、乙戊己庚、兩平行方形等。甲乙丙、戊乙庚、兩角又等。題言此兩角各兩旁之兩邊、爲互相視之邊者。甲乙與乙庚之比例。若戊乙與乙丙也。

論曰。試以兩等角、相聯于乙。令甲乙、乙庚、爲一直線。其甲乙丙、與戊乙庚、既等角。卽戊乙、乙丙、亦一直線。一卷十五增題 次從辛丙、己庚、各引長之、遇於丁。其辛乙、乙己、兩平行方形既等。卽辛乙與乙丁兩形之比例。若乙己與乙丁也。五卷七 而辛乙與乙丁。俱在兩平行線之內。等高。卽辛乙與乙丁兩形之比例。若其底甲乙與乙庚也。本篇一 依顯乙己與乙丁兩形。亦若其底戊乙與乙丙也。則甲乙與乙庚。亦若戊乙

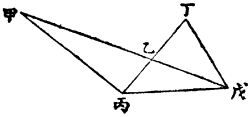
與乙丙也。

後解曰。甲乙丙、戊乙庚、等角兩旁之各兩邊、爲互相視之邊者。甲乙與乙庚。若戊乙與乙丙也。題言辛乙、乙己、兩平行方形等。

論曰。依上論。以兩等角相聯。其甲乙與乙庚之比例。既若戊乙與乙丙。而甲乙與乙庚兩底之比例。若平行等高之辛乙與乙丁兩形。本篇一 戊乙與乙丙兩底之比例。若平行等高之乙己與乙丁兩形。則辛乙與乙丁。若乙己與乙丁矣。而辛乙、乙己、兩形。安得不等。五卷九

第十五題　二支

相等兩三角形之一角等。卽等角旁之各兩邊、互相視。兩三角形之一角等。而等角旁之各兩邊、互相視。卽兩三角形等。



先解曰。甲乙丙、乙丁戊、兩角形等。兩乙角又等。題言等角旁之各兩邊、互相視者。謂甲乙與乙戊之比例。若丁乙與乙丙也。

論曰。試以兩等角、相聯于乙。令甲乙、乙戊、爲一直線。其甲乙丙、丁乙戊、既等角。卽丁乙、乙丙、亦一直線。一卷十五增題 次作丙戊線相聯。其甲乙丙、乙丁戊、兩角形既等。卽甲乙丙與乙丙戊之比例。若乙丁戊與乙丙戊也。五卷七 夫甲乙丙與乙丙戊兩等高形之比例。若其底甲乙與乙戊也。而乙丁戊與乙丙戊兩等高形。亦

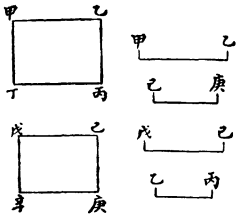
若其底丁乙與乙丙也。則甲乙與乙戊。若丁乙與乙丙。

後解曰。兩乙角等。而乙旁各兩邊、甲乙與乙戊之比例。若丁乙與乙丙。題言甲乙丙、乙丁戊、兩角形等。

論曰。依前列兩形。令等角旁兩邊、各爲一直線。其甲乙與乙戊之比例。既若丁乙與乙丙。而甲乙與乙戊兩底。又若其上甲乙丙、乙丙戊、兩等高角形。則甲乙丙與乙丙戊之比例。若乙丁戊與乙丙戊矣。而甲乙丙與乙丁戊。豈不相等。五卷九

第十六題 二支

四直線爲斷比例。卽首尾兩線、矩內直角形、與中兩線、矩內直角形、等。首尾兩線、與中兩線、兩矩內直角形等。卽四線爲斷比例。

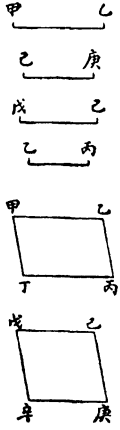


先解曰。甲乙、己庚、戊己、乙丙、四直線爲斷比例者。謂甲乙與己庚。若戊己與乙丙也。而甲乙丙丁、爲甲乙、乙丙、首尾兩線矩內直角形。戊己庚辛、爲戊己、己庚、中兩線矩內直角形。題言甲丙、戊庚、兩形等。

論曰。兩形之乙與己。既等爲直角。而甲乙與己庚之比例。若戊己與乙丙。是乙己等角旁之各兩邊、互相視。而甲丙、戊庚、兩直角形必等。本篇十四

後解曰。甲丙、戊庚、兩直角形等。題言四線之比例等者。謂甲乙與己庚。若戊己與乙丙也。

論曰。甲丙、戊庚、兩形之乙與己。既等爲直角。卽等角旁之各兩邊、互相視。而甲乙與己庚之比例。若戊己與乙丙也。本篇十四則四線爲斷比例矣。

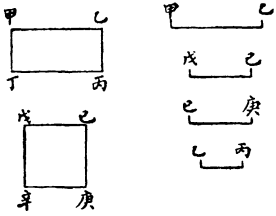


注曰。若平行斜方形、而等角。亦同此論。如上圖。

以上二題。卽算家句股法。三數算法所賴也。

第十七題　二支

三直線爲連比例。卽首尾兩線、矩內直角形。與中線上直角方形、等。首尾線矩內直角形、與中線上直角方形、等。卽三線爲連比例。

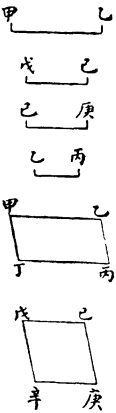


先解曰。甲乙、戊己、乙丙、三線爲連比例者。甲乙與戊己。若戊己與乙丙也。而甲乙丙丁、爲甲乙、乙丙、首尾線矩內直角形。戊己庚辛、爲戊己上直角方形。題言甲丙、戊庚、兩形等。

論曰。試作己庚線。與戊己等。卽甲乙、乙丙、己庚、戊己、爲比例等。等者。謂甲乙與戊己。若己庚與乙丙也。則戊己、己庚、矩內直角形。卽戊己上直角方形與甲乙、乙丙、首尾線矩內之甲丙形、等矣。本篇十六

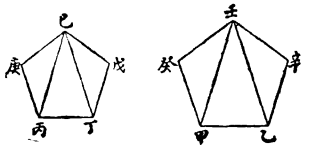
後解曰。甲丙直角形。與戊庚直角方形、等。題言甲乙與戊己之比例。若戊己與乙丙。

論曰。甲丙、戊庚。既皆直角形。卽甲乙與戊己之比例。若己庚與乙丙也。本篇十六 而己庚與乙丙。亦若等己庚之戊己、與乙丙。五卷七 則甲乙與戊己。若戊己與乙丙矣。



注曰。若平行斜方形、而等角。亦同此論。如上圖。系。凡直線上直角方形。與他兩線所作矩內直角形、等。卽此線爲他兩線之中率。何者。依上後論。甲乙、乙丙、矩內直角形。與戊己上直角方形、等。卽可推甲乙與戊己。若戊己與乙丙。而戊己爲甲乙、乙丙、之中率故。

第十八題

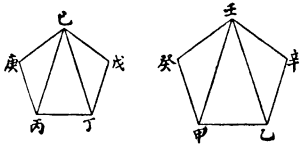


直線上。求作直線形。與所設直線形、相似而體勢等。

法曰。如甲乙線上。求作直線形。與所設丙丁戊己庚形、相似而體勢等。先于設形、任從一角。向各對角、各作直線。而分本形爲若干角形。如上設形。則從己向丙、向丁。作兩直線。而分爲丙丁己、丁己戊、丙己庚、三三角形也。次于元線上、作乙甲壬、甲乙壬、兩角。與丁丙己、丙丁己、兩角、各等。其甲壬、乙壬、兩線遇于壬。卽甲壬乙、與丙己丁、兩角亦等。而甲壬乙、與丙己丁、兩形爲等角形矣。一卷廿二 次作乙壬辛、壬乙辛、兩角。與丁己戊、己丁戊、兩角、各

等。其壬辛、乙辛、兩線遇于辛。卽乙辛壬、與丁戊己、兩角亦等。而乙壬辛、與丁己戊、兩形爲等角形矣。末依上作甲壬癸。與丙己庚、亦爲等角形。卽甲乙辛壬癸。與丙丁戊己庚兩形等角。則相似而體勢等。凡設多角形。俱倣此。

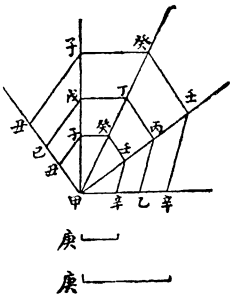
論曰。壬甲乙角、與己丙丁角、既等。而壬甲癸角、與己丙庚角、又等。卽乙甲癸全角、與丁丙庚全角、等。依顯甲乙辛、與丙丁戊、兩全角亦等。而其餘各全角俱等。則甲乙辛壬癸、與丙丁戊己庚、爲等角形矣。又甲乙與乙壬之比例。既若丙丁與丁己。而乙壬與乙辛。亦若丁己與丁戊。本篇四平之。卽甲乙與乙辛。亦若丙丁與丁戊也。五卷廿二則甲乙辛、丙丁戊、及辛戊角旁各兩邊之比例、亦等也。兩形等角。卽等角旁各兩邊之比例等。見本篇四。又辛壬與壬乙之比例。既若戊己與己丁。而壬乙與壬甲。亦若己丁與己丙。壬甲與壬癸。亦若己丙與己庚。平之。卽辛壬與壬癸。亦若戊己與己庚也。五卷廿二則辛壬癸、戊己庚、兩等角旁各兩邊之比例等也。依顯餘角俱如是。則兩形爲等角形。而各等角旁各兩邊之比例俱等。是兩形相似而體勢等。

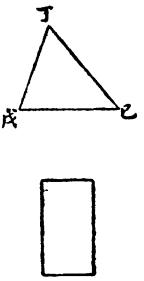


注曰。凡線上形。相當之各角等。卽形相似而體勢等。如上甲乙丙、丁戊己、兩角形。其乙丙、戊己、線上之乙角、丙角。與戊角、己角。相當相等者是也。若兩形在乙丙、丁戊、兩線上。則雖相似。而體勢不等。又如上甲丙、戊庚、兩直角形。其甲丁與丁丙之比例。若戊辛與辛庚。而餘邊之比例俱等。亦形相似而體勢等

若甲丙、壬庚、兩直角形。雖角旁比例等。而在丁丙、庚辛、線上。不相當。則體勢不等。

增。作本題別有一簡法。如設甲乙丙丁戊己直線形。求于庚線上作直線形與相似而體勢等。先于甲角旁之甲乙、甲己、兩線任引出之爲甲辛、甲丑。次從甲向各角。各任作直線。爲甲壬、甲癸、甲子。次于甲乙線上、截取甲辛。與庚線等。末從辛、作辛壬線。與乙丙平行。作壬癸、與丙丁癸子、與丁戊子丑、與戊己。各平行。即所求。



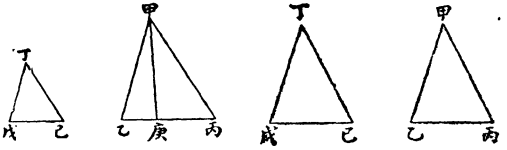


論曰。兩形之甲角既同。甲乙丙、甲己戊、兩角。與甲辛壬、甲丑子、兩角。各等。一卷廿九而甲丙乙、甲丙丁、兩角。與甲壬辛、甲壬癸、兩角。各等。即乙丙丁、與辛壬癸、兩全角亦等。依顯丙丁戊、丁戊己。與壬癸子、癸子丑、各全角各等。則甲乙丙丁戊己、與甲辛壬癸子丑、兩直線形。爲等角形矣。又甲辛壬、甲壬癸、甲癸子、甲子丑、四三角形。與甲乙丙、甲丙丁、甲丁戊、甲戊己、四三角形。各相似。本篇四之系即甲乙與乙丙之比例。若甲辛與辛壬也。而乙丙與丙甲。若辛壬與壬甲也。丙甲與丙丁。若壬甲與壬癸也。平之。則乙丙與丙丁。亦若辛壬與壬癸也。依顯餘邊俱如是。

則兩形相似而體勢等也。

第十九題

相似三角形之比例。爲其相似邊再加之比例。



解曰。如甲乙丙、丁戊己、兩角形等角。其乙與戊、丙與己、相當之角各等。而甲乙與乙丙之比例。若丁戊與戊己。題言兩形之比例。爲乙丙與戊己兩邊再加之比例。

先論曰。若兩角形等。卽乙丙與戊己兩邊亦等。而各兩等邊。爲相同之比例。卽兩形亦相同之比例。就令作再加之比例。亦未免爲相同之比例。則相等之兩形。卽可爲兩等邊再加之比例矣。

後論曰。若乙丙邊、大于戊己邊。卽于乙丙線上、截取乙庚。爲連比例之第三率。令乙丙與戊己之比例。若戊己與乙庚也。本篇十一 次作甲庚直線。其甲乙與乙丙之比例。若丁戊與戊己。更之。卽甲乙與丁戊。若乙丙與戊己也。而乙丙與戊己。若戊己與乙庚。則甲乙與丁戊。若戊己與乙庚也。夫甲乙庚與丁戊己兩角形。有乙戊兩等角。而各兩旁之兩邊、又互相視。本篇十五 卽兩形等。則甲乙丙形與丁戊己形之比例。若甲乙丙形與甲乙庚形矣。五卷七 又甲乙丙與

甲乙庚兩等高角形之比例。若乙丙底與乙庚底。一本篇則甲乙丙形與丁戊己形之比例。亦若乙丙底與乙庚底也。既乙丙、戊己、乙庚、三線爲連比例。則一乙丙與三乙庚之比例。爲一乙丙與二戊己再加之比例矣。是甲乙丙與丁戊己兩形之比例。爲乙丙與戊己再加之比例也。

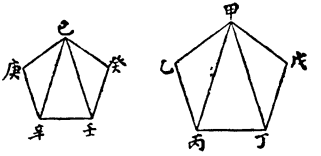
系。依本題。可顯凡三直線爲連比例。卽第一線上角形、與第二線上角形之比例。若第一線、與第三線之比例。如上甲、乙、丙、三直線爲連比例。其甲與乙上各有角形。相似而體勢等。則一甲線與三丙線之比例。若甲形與乙形也。何者。甲線與丙線之比例。爲甲線與乙線再加之比例。而甲形與乙形之比例。亦甲線與乙線再加之比例。則甲形與乙形之比例。若甲線與丙線矣。依顯二乙上角形、與三丙上角形。相似而體勢等。則二乙形、與三丙形之比例。若一甲線、與三丙線。

第二十題　三支

以三角形、分相似之多邊直線形。則分數必等。而相當之各三角形、各相似。其各相當兩三角形之比例。若兩元形之比例。其元形之比例。爲兩相似邊再加之比例。

先解曰。此甲乙丙丁戊、彼己庚辛壬癸、兩多邊直線形。其乙甲戊、庚己癸、兩角等。餘相當之各角俱等。而各等角旁各兩邊之比例各等。題先言各以角形分之。其角形之分數必等。而相當之各角形各相

似。

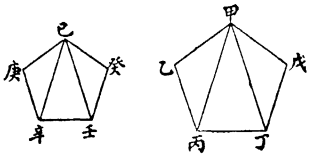


論曰。試從乙甲戊、庚己癸、兩角。向各對角、俱作直線。爲甲丙、甲丁、己辛、己壬。其元形既相似。卽角數等。而所分角形之數亦等。又乙角既與庚角等。而角旁各兩邊之比例亦等。卽甲乙丙、與己庚辛、兩角形必相似。本篇六 乙甲丙、與庚己辛、兩角。甲丙乙、與己辛庚、兩角。各等。而各等角旁、各兩邊之比例、各等。本篇四 依顯甲戊丁、己癸壬、兩角形亦相似。又甲丙與丙乙之比例。既若己辛與辛庚。而丙乙與丙丁。若辛庚與辛壬。兩元形相似故 平之。卽甲丙與丙丁。若己辛與辛壬也。五卷廿二 又乙丙丁角。既與庚辛壬角等。而各減一相等之甲丙乙角、己辛庚角。卽所存甲丙丁角、與己辛壬角、必等。則甲丙丁與己辛壬兩角形。亦等角形。亦相似矣。本篇六

次解曰。題又言各相當角形之比例。若兩元形之比例。

論曰。甲乙丙、己庚辛、兩角形既相似。卽兩形之比例。爲甲丙、己辛、兩相似邊再加之比例。本篇十九 依顯甲丙丁、己辛壬之比例。亦爲甲丙、己辛、再加之比例。則甲乙丙與己庚辛兩角形之比例。若甲丙丁與己辛壬兩角形之比例。依顯甲丁戊與己壬癸之比例。亦若甲丙丁與己辛壬之比例。則此形中諸角形之比例。若彼形中諸角形之比例。此諸形爲前率。彼諸形爲後率。而一前與一後之比例。又若幷前與

并後之比例。五卷十二 卽此一角形、與相當彼一角形之比例。若此元形、與彼元形之比例矣。

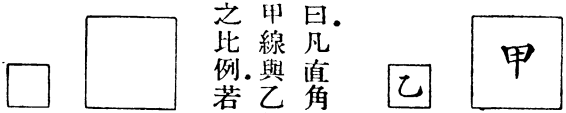


後解曰。題又言兩多邊元形之比例。爲兩相似邊再加之比例。

論曰。甲乙丙、與己庚辛、兩角形之比例。既若甲乙丙丁戊、與己庚辛壬癸、兩多邊形之比例。而甲乙丙、與己庚辛、兩形之比例。爲甲乙、己庚、兩相似邊再加之比例。本篇十九 則兩元形亦爲甲乙、己庚、再加之比例。

增題。此直線、倍大于彼直線。則此線上方形、與彼線上方形。爲四倍大之比例。若此方形、與彼方形、爲四倍大之比例。則此方形邊、與彼方形邊、爲二倍大之比例。

先解曰。甲線、倍乙線。題言甲上方形、與乙上方形。爲四倍大之比例。



論曰。凡直角方形、俱相似。本卷界說一依本題論。則甲方形與乙方形之比例。爲甲線與乙線再加之比例。甲線與乙線。既爲倍大之比例。則兩方形爲四倍大之比例矣。何者。四倍大之比例。爲二倍大再加之比例。若一、二、四、爲連比例故也。

後解曰。若甲上方形、與乙上方形、爲四倍大之比例。題言甲邊、與乙邊、爲二倍大之比例。

論曰。兩方形四倍大之比例。既爲兩邊再加之比例。則甲邊二倍大于乙邊。

系依此題。可顯三直線爲連比例。如甲、乙、丙。則第一線上多邊形、與第二線上相似多邊形之比例。若第一線與第三線之比例。

甲

乙

丙

此系與本篇第十九題之系同論。

第二十一題

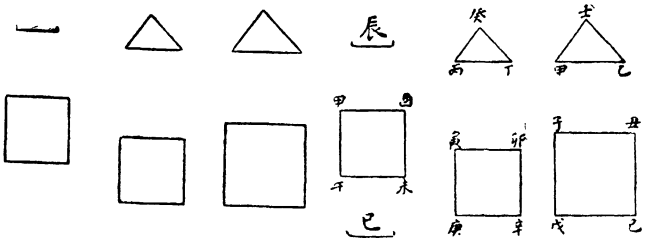
兩直線形。各與他直線形相似。則自相似。

解曰。甲乙丙、丁戊己、兩直線形。各與庚辛壬形相似。題言兩形亦自相似。

論曰。甲乙丙形之各角。既與庚辛壬形之各角等。而丁戊己形之各角。亦與庚辛壬形之各角等。卽兩形之各角自相等。公論 兩形之各角既等。則甲乙丙形、與庚辛壬形、各等角旁各邊之比例等。五卷十一 而丁戊己形、與庚壬辛形、各等角旁各邊之比例亦等也。是甲乙丙形、與丁戊己形、各等角旁各邊之比例亦等也。各角既等。各邊之比例又等。卽兩形定相似矣。本卷界說一

第二十二題　二支

四直線爲斷比例。則兩比例線上、各任作自相似之直線形。亦爲斷比例。兩比例線上、各任作自相似之直線形、爲斷比例。則四直線亦爲斷比例。



先解曰。甲乙、丙丁、戊己、庚辛、四直線爲斷比例者。甲乙與丙丁。若戊己與庚辛也。今于甲乙、丙丁、上、各任作直線形。自相似。如甲乙壬、丙丁癸。于戊己、庚辛、上、各任作直線形。自相似。如戊己丑子庚辛卯寅。

題言四形亦爲斷比例者。謂甲乙壬與丙丁癸。若戊丑與庚卯也。

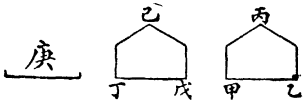
論曰。試以甲乙、丙丁、兩線。求其連比例之末率線、爲辰。本篇十一次以戊己、庚辛、兩線。求其連比例之末率線、爲己。平之。卽甲乙與辰之比例。若戊己與己也。五卷廿二夫甲乙壬、與丙丁癸、兩相似形之比例。若甲乙線與辰線。本篇十九及廿之系而戊丑、與庚卯、兩相似形之比例。若戊己線與己線。則甲乙壬與丙丁癸之比例。亦若戊丑與庚卯矣。五卷十一

後解曰。如前四形爲斷比例。題言甲乙、丙丁、戊己、庚辛、四線亦爲斷比例。

論曰。試以甲乙、丙丁、戊己、三線。求其斷比例之末率線、爲午未。本篇十二次于午未上、作直線形。與戊丑相似而體勢等。爲午未酉申。本篇十八午酉與戊丑相似。卽與庚卯亦相似。而甲乙與丙丁之比例。既若戊己與午未。依上論。卽甲乙壬與丙丁癸兩形之比例。若戊丑與午酉矣。

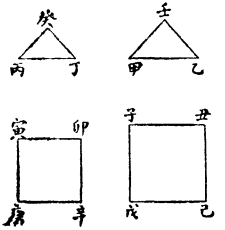
夫甲乙壬與丙丁癸之比例。元若戊丑與庚卯。則戊丑與午酉。亦若戊丑與庚卯也。五卷十一而午酉與庚卯等也。五卷九午酉與庚卯既等。又相似而體勢等。卽兩形必在等線之上。而庚辛與午未必等。見下方補論則戊己與午未之比例。若戊己與庚辛也。而戊己與午未。元若甲乙與丙丁。則甲乙與丙丁。亦若戊己與庚辛也。

補論曰。庚卯、午酉、兩直線形。相等、相似、而體勢等。卽在等線之上者。何也。蓋庚辛與午未。若云不等者。或言庚辛大於午未也。則辛卯宜亦大於未酉矣。五卷十四而庚卯形、宜亦大于午酉形矣。何先設兩形等也。言小、倣此。補論者、前此未著、而論中無他論可徵、故別作一論、以足未備、



又補論曰。甲乙丙、丁戊己、兩直線形。相等、相似、而體勢等。卽相似邊如甲乙與丁戊必等者。何也。蓋云不等者。或言甲乙大于丁戊也。卽令以甲乙、丁戊、兩線。求其連比例之末率線、爲庚。本篇十一其甲乙與丁戊。既若丁戊與庚。而甲乙大于丁戊。卽丁戊宜大于庚。卽甲乙宜更大于庚矣。然甲乙與庚之比例。若甲乙丙形與丁戊己形。本篇十九及廿之系甲乙既大于庚。則甲乙丙宜大于丁戊己。何先設兩形等也。是甲乙不能大于丁戊矣。言小、倣此。

增論曰。本題別有簡論。今先顯四線之比例等。而甲乙壬與丙丁癸兩形之比例。若戊丑與庚卯兩形者。蓋甲乙與丙丁之比例。若戊己與庚辛。而甲乙壬與丙丁癸之比例。爲

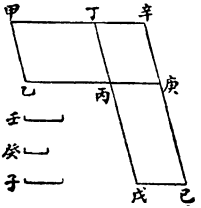


甲乙與丙丁再加之比例。本篇十九戊丑與庚卯之比例。亦爲戊己與庚辛再加之比例。是甲乙壬與丙丁癸。若戊丑與庚卯也。

次增論曰。今顯四形之比例等。而甲乙與丙丁兩線之比例。若戊己與庚辛兩線者。蓋甲乙壬與丙丁癸之比例。若戊丑與庚卯。而甲乙壬與丙丁癸之比例。爲甲乙與丙丁再加之比例。若戊丑與庚卯、爲戊己與庚辛再加之比例。本篇十九則甲乙與丙丁之比例。若戊己與庚辛矣。

第二十三題

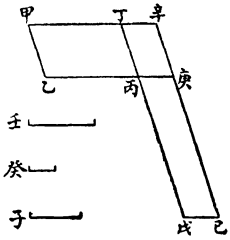
等角兩平行方形之比例。以兩形之各兩邊兩比例相結。



解曰。甲丙、丙己、兩平行方形之乙丙丁、戊丙庚、兩角等。題言兩形之比例。以各等角旁各兩邊之比例相結者。謂兩比例之前率在此形。兩比例之後率在彼形。如甲丙與丙己之比例。以乙丙與丙庚、偕丁丙與丙戊、相結也。或以乙丙與丙戊、偕丁丙與丙庚、相結也。

論曰。試以兩等角、相聯于丙。而乙丙、丙庚、作一直線。其乙丙丁角。既與戊丙庚角等。卽戊丙、丙丁、亦一直線。一卷十五增次于甲丁、己庚、各引長之、

遇于辛。次任作一壬線。次以乙丙、丙庚、壬、三線。求其斷比例之末率線、爲癸。本篇十二末以丁丙、丙戊、癸、三線。求其斷比例之末率線、爲子。其乙丙與丙庚、兩底之比例。既若甲丙與丙辛兩形。本篇一而乙丙與丙庚。亦若壬與癸。則甲丙與丙辛。亦若壬與癸也。五卷十一依顯丙辛與丙己。亦若癸與子也。平之。卽甲丙與丙己。若壬與子也。五卷廿二夫壬與子之比例。元以壬與癸、癸與子、兩比例相結。本卷界說五而壬與癸。癸與子。元若乙丙與丙庚。丁丙與丙戊。則甲丙與丙己之比例。以乙丙與丙庚、偕丁丙與丙戊、兩比例相結也。其以乙丙與丙戊、偕丁丙與丙庚、相結。則先以乙丙、丙戊、爲一直線。可依上推顯。

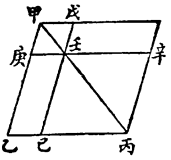


後注曰。此不同理之比例也。兩形不相似。本篇十九又不相等之形也。等角旁各兩邊、不互相視。本篇十四故必用相結之理。必須借象之術。其法假虛形實。所以通比例之窮也。以數明之。乙丙六十。丙庚二十。壬三。求得癸一。丁丙四十。丙戊八十。癸一。求得子二。卽甲丙之實二千四百、與丙己之實一千六百。若壬三與子二、爲等帶半之比例也。其曰壬與癸、癸與子、兩比例相結者。壬三倍大于癸。癸反二倍大于子。反二倍者。癸得子之半。三乘半、得一五。則壬與子、爲等帶半之比例也。其曰借象者。乙丙與丙庚。丁丙與丙戊。二比例既不同理。又異中率。故借壬與癸、癸與子、同中率而不同理之二比例、以爲象。本卷界說五初作壬與癸。若乙丙與丙庚。次作癸與子。若丁丙與丙戊。本篇十二

則癸爲前率之後。又爲後率之前。是爲壬子、首尾兩率之樞紐。令相象之丙庚、丁丙亦化兩率爲一率。爲乙丙、丙戊、首尾兩率之樞紐。因以兩比例相結爲首尾兩率之比例。雖不能使三率爲同理之兩比例、而合爲一連比例。亦能使兩不同理之比例、首尾合而爲一比例矣。自三以上。可倣此相借、以至無窮也。本卷界說五

第二十四題

平行線方形之兩角線方形。自相似。亦與全形相似。



解曰。甲乙丙丁平行方形。作甲丙對角線。任作戊己、庚辛、兩線。與丁丙、乙丙、平行。而與對角線交相遇于壬。題言戊庚、己辛、兩角線方形。自相似。亦與全形相似。

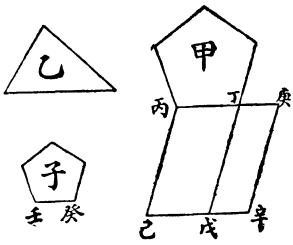
論曰。試依一卷廿九題。推顯兩角線形等角。又庚甲戊與乙甲丁同角。而甲戊壬外角。與甲丁丙內角等。甲庚壬外角。與甲乙丙內角等。戊壬庚外角。與乙己壬內角等。乙己壬外角。又與乙丙丁內角等。則戊庚形、與甲丙全形、等角矣。依顯己辛形、亦與全形等角矣。今欲顯兩形與全形相似者。試觀甲庚壬、與甲乙丙、兩角形。甲戊壬、與甲丁丙、兩角形。既各等角。一卷廿九可推。仍見本篇四之系。即甲乙與乙丙之比例。若甲庚與庚壬。而庚乙兩角旁各兩邊之比例等也。六卷四

又乙丙與丙甲之比例。若庚壬與壬甲。丙甲與丙丁之比例。若壬甲與壬戊。平之。即乙丙與丙丁。若庚

壬與壬戊也。五卷廿二則乙丙丁、庚壬戊、兩角旁各兩邊之比例等也。依顯各角旁各兩邊之比例、皆等。是兩角線方形、自相似。亦與全形相似。

第二十五題

兩直線形、求作他直線形。與一形相似。與一形相等。

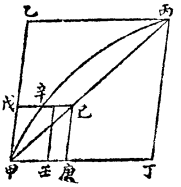


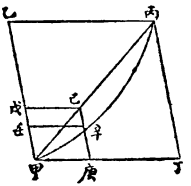
法曰。甲、乙兩直線形。求作他直線形。與甲相似。與乙相等。先于求相似之甲形、任取一邊、如丙丁、于丙丁邊上、作平行方形。與甲等。爲丙戊、一卷四四四五。次于丁戊邊上。作平行方形。與乙等。而戊丁庚角、與丁丙己角等。爲丁辛。其丙丁庚、己戊辛、俱爲直線也。一卷四五可推次作一壬癸線。爲丙丁、丁庚之中率。本篇十三末于壬癸上、作子形。與甲相似而體勢等。本篇十八即子形與乙等。

論曰。丙丁、壬癸、丁庚、三線。既爲連比例。即依本篇二十題之系。可顯一丙丁、與三丁庚之比例。若一丙丁上之甲、與二壬癸上之子、兩形相似而體勢等者之比例也。又丙丁與丁庚之比例。若丙戊與丁辛、兩等高平行方形之比例也。本篇一則丙戊與丁辛。若甲與子。夫丙戊與丁辛。元若甲與乙也。丙戊與甲等。丁辛與乙等。則甲與乙之比例。若甲與子也。五卷十一而乙形與子形等矣。五卷九

第二十六題

平行方形之內減一平行方形其減形與元形相似而體勢等又一角同則減形必依元形之對角線





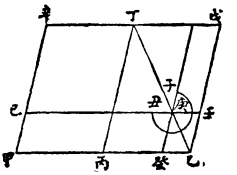
解曰乙丁平行方形之內減戊庚平行方形元形、減形相似而體勢等又戊甲庚同角題言戊庚形、必依乙丁形之對角線

論曰試作甲己、己丙、對角兩線若兩線爲一直線即顯戊庚形、依甲丙對角線矣如云、甲己、己丙、非一直線令別作元形之對角線而分戊己邊于辛即作辛壬線與己庚平行其乙丁、戊壬、兩平行方形既同依甲辛丙一直對角線則宜相似而體勢等矣本篇廿四是乙甲與甲丁之比例宜若戊甲與甲壬也夫乙甲與甲丁元若戊甲與甲庚元設形相似而體勢等今若所云則戊甲與甲庚亦若戊甲與甲壬矣五卷十一而甲壬分與甲庚全亦等矣五卷九可乎若云甲辛丙分己庚于辛即令作辛壬與己戊平行依前論駁之

第二十七題

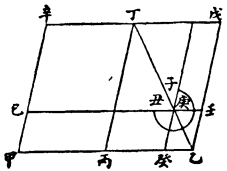
凡依直線之有闕平行方形不滿線者其闕形、與半線上之闕形、相似而體勢等則半線上似闕形之有闕依形必大于此有闕依形

解曰甲乙線平分于丙于半線丙乙上任作丙丁戊乙平行方形其對角線乙丁次作甲乙戊辛滿元



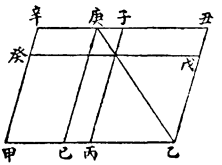
線平行方形。即甲丁爲甲丙半線上之有闕依形。丙戊爲丙乙半線上之闕形。本卷界說六此兩形相等。相似。體勢又等。題言甲乙線上。凡作有闕依形、不滿線者。其闕形、與丙戊相似而體勢等。即甲丙半線上之甲丁有闕依形。必大于此有闕依形。

論曰。試于乙丁對角線上。任取一點爲庚。從庚作己庚壬線。庚癸線。與甲乙、乙戊、各平行。即得甲庚、爲依甲乙元線之有闕平行方形。而癸壬爲其闕形。此癸壬闕形。既依乙丁對角線。則與丙戊闕形相似而體勢等。本篇廿四夫丙庚、庚戊、兩餘方形既等。一卷四三若每加一癸壬角線方形。即丙壬與癸戊亦等也。又丙壬與丙己。俱在兩平行線內。底等。即兩形等。一卷三六而丙己與癸戊、兩形亦等。若每加一丙庚形。是甲庚平行方形、與子丑磬折形、亦等也。丙戊平行方形。函子丑磬折形之外。尚有庚丁形。則丙戊形。必大于子丑磬折形。而等丙戊之甲丁形。丙戊、甲丁、同在兩平行線內、又等底故、見一卷三六、必大于等磬折形之甲庚形矣。依顯凡依乙丁對角線作形、與丙戊相似者。其有闕依形。俱小于甲丁也。爲其必有庚丁之較、故也。



又論甲丁必大於甲庚曰。己丁、丁壬、兩平行方形。同在兩平行線內。又底等。即兩形等。一卷廿六而庚戊爲丁壬之分。則丁壬大于庚戊。較餘一庚

丁形。其大于丙庚、亦如之。庚戊、丙庚、兩餘方形等故。見一卷四三。即等丁壬之己丁形。其大于丙庚。亦較餘一庚丁形也。次每加一丙己形。則甲丁必大于甲庚矣。

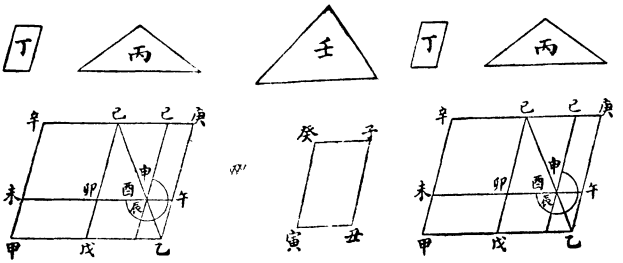


又解曰。若庚點在丙戊形外。即引乙丁對角線至庚。從庚作辛丑線。與癸戊平行。次引甲癸線至辛。引乙戊線至丑。而與辛丑線遇于辛、于丑。末作庚己線。與辛甲平行。即得甲庚、爲依甲乙元線之有闕平行方形。又得己丑、與丙戊相似而體勢等者。兩形同依乙庚對角線故。見本篇廿四。爲其闕形也。題言甲丁形、亦大于甲庚形。

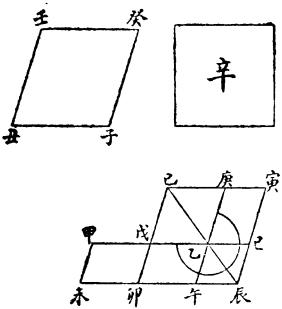
論曰。試于丙丁線。引出之、至子。即辛子、子丑、兩線等。一卷廿四而辛丁、丁丑、兩形亦等。一卷廿六其丁丑、己丁、兩餘方形既等。即己丁與辛丁亦等。夫辛丁大于辛壬。既較餘一庚丁形。則己丁之大于辛壬。亦較餘一庚丁形也。此兩率者。每加一甲壬平行方形。則甲丁大于甲庚者。亦較餘一庚丁形矣。依顯凡乙丁對角線。引出丙戊形外。依而作形。與丙戊相似者。其有闕依形。俱小于甲丁也。爲其必有庚丁之較、故也。

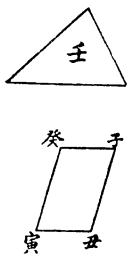
第二十八題

一直線。求作依線之有闕平行方形。與所設直線形等。而其闕形、與所設平行方形相似。其所設直線形。不大于半線上所作平行方形。與所設平行方形相似者。



法曰。甲乙線。求作依線之有闕平行方形。與所設直線形丙等。而其闕形、與所設平行方形丁相似。先以甲乙線、兩平分于戊。次于戊乙半線上、作戊己庚乙平行方形。與丁相似而體勢等。本篇十八 次作甲辛庚乙滿元線平行方形。若甲己平行方形、與丙等者。本篇廿五 卽得所求矣。若甲己大于丙者。題言甲己小卽不可作。見本篇廿七。卽等甲己之戊庚亦大于丙也。則尋戊庚之大于丙幾何。假令其較爲壬。兩直線形不等、相減之較。法見一卷四五增。卽作癸子丑寅平行方形。與壬等。又與戊庚形相似而體勢等。本篇廿五 則戊庚平行方形。與丙直線形、及癸丑平行方形幷等。而戊庚必大于癸丑矣。夫戊庚與癸丑、既相似。卽戊己與己庚兩邊之比例。若寅癸與癸子也。而戊庚既大于癸丑。卽戊己、己庚、兩邊。亦大于寅癸、癸子、也。次截取己巳、己卯。與癸子、癸寅、等。而作己巳辰卯平行方形。必與癸丑形相等、相似、而體勢等矣。又卯己形、既與戊庚相似而體勢等。必同依乙己對角線也。本篇廿六 次于己辰線、引出、抵甲乙元線。于卯辰兩界、各引出、作午未線。卽甲辰爲依甲乙線之有闕平行方形。與丙等。而其闕形乙辰。與戊庚相





似。本篇廿四即亦與丁相似。

論曰。辰庚與辰戊、兩餘方形既等。一卷四三每加一乙辰角線方形。即乙己與戊午亦等。而與等戊午之戊未亦等。戊午、戊未、同在平行線內。又庚等故。見一卷卅六。乙己與戊未既等。又每加一戊辰方形。即甲辰平行方形。與申酉磬折形亦等矣。夫申酉磬折形。爲戊庚形之分。而戊庚、與丙及癸丑等。戊庚所截去之卯己。又與癸丑等。則申酉磬折形、與丙等也。而甲辰亦與丙等也。

第二十九題

一直線。求作依線之帶餘平行方形。與所設直線形等。而其餘形、與所設平行方形相似。

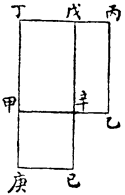
法曰。甲乙線。求作依線之帶餘平行方形。與所設直線形丙等。而其餘形、與所設平行方形丁相似。先以甲乙線、兩平分于戊。次于戊乙半線上、作戊己庚乙平行方形。與丁相似而體勢等。本篇十八次別作一平行方形。與丙、及戊庚并、等。爲辛。二卷十四次別作一平行方形。與辛等。又與丁相似而體勢等。爲壬癸子丑。本篇廿五其丑癸既與辛等。即大于戊庚。而丑癸既與戊庚相似。即丑壬

與壬癸兩邊之比例。若戊己與己庚也。而丑壬與壬癸兩線。必大于戊己與己庚也。若等、或小。即丑癸不大于戊庚。次于己戊引之至卯。與壬丑等。于己庚引之至寅。與壬癸等。而作卯寅平行方形。即卯寅與丑癸同依辰己對角線、而等。本篇廿六 又與戊庚相似而體勢等矣。次于甲乙引之至己。庚乙引之至午。于午卯引之至未。末作甲未線。與己卯平行。即得甲辰帶餘平行方形。依甲乙線。與丙等。而己午爲其餘形。與戊庚形相似而體勢等。本篇廿四 即與丁相似而體勢等。

論曰。甲卯、戊午、兩形既等。一卷廿六 戊午與乙寅、兩餘方形又等。一卷四三 則甲卯與乙寅亦等矣。而每加一卯己形。則甲辰平行方形。與戊辰寅磬折形亦等矣。夫戊辰寅磬折形。元與丙等。丑癸即卯寅。與丙及戊庚并等。每減一戊庚。即磬折形與丙等。即甲辰亦與丙等。

第三十題

一直線。求作理分中末線。



法曰。甲乙線。求理分中末。先于元線、作甲乙丙丁直角方形。次依丁甲邊、作丁己帶餘平行方形。與甲丙直角方形等。而甲己爲其餘形。又與甲丙形相似。本篇廿九 即甲己亦直角方形矣。惟直角方形。恆與直角方形相似。則戊己線。分甲乙于辛。爲理分中末線也。本卷界說三

論曰。丁己與甲丙、兩形既等。每減一甲戊形。即所存甲己、辛丙、兩形亦等矣。此兩形之甲辛己、戊辛乙、

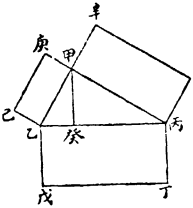
兩角既等（兩皆直角故）即兩角旁之各兩邊線爲互相視之線也（本篇十四）而等戊辛之甲乙線與等辛己之甲辛線其爲比例若甲辛與辛乙也是甲辛乙線爲理分中末也

又論曰甲乙、甲辛、辛乙、凡三線而第一、第三、矩內之辛丙直角形與第二甲辛上直角方形等即三線爲連比例（本篇十七）而甲乙與甲辛若甲辛與辛乙矣

又法曰甲乙線求分于丙而甲乙偕丙乙、矩內直角形與甲丙上直角方形等、（二卷十一）即甲乙之分于丙爲理分中末線蓋甲乙、甲丙、丙乙、三線爲連比例故（本篇廿七）

第三十一題

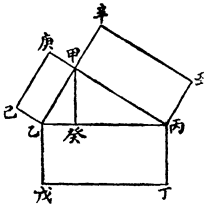
三邊直角形之對直角邊上一形與直角旁邊上兩形若相似而體勢等則一形與兩形幷等



解曰甲乙丙三邊直角形乙甲丙爲直角于乙丙上任作直線形爲乙丙丁戊次于甲乙、甲丙、上亦作甲乙己庚、甲丙壬辛、兩形與乙丁形相似而體勢等（本篇十八）題言乙丁形與乙庚、丙辛、兩形幷等

論曰試從甲作甲癸爲乙丙之垂線依本篇第八題之系即乙丙與丙甲兩邊之比例若丙甲與丙癸兩邊則一乙丙邊與三丙癸邊之比例若一乙丙上之乙丁形、與二甲丙上之丙辛形也（本篇十九或二十之系）反之則丙癸與乙丙、兩邊之比例若丙辛與乙丁兩形也依顯乙癸與乙丙、兩邊之比例若乙庚與乙丁兩形也（乙丙、乙甲、乙癸、三邊爲連比例故見本篇八之系）夫一

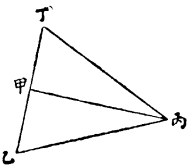
丙癸、與二乙丙之比例。既若三丙辛、與四乙丁。而五乙癸、與二乙丙之比例。亦若六乙庚、與四乙丁。則一丙癸、五乙癸、幷、與二乙丙之比例。若三丙辛、六乙庚、幷、與四乙丁也。既一丙癸、五乙癸、幷、與二乙丙等。則三丙辛、六乙庚、幷、與四乙丁亦等。五卷廿四



又論曰。甲乙丙、與癸甲丙。兩角形既相似。而甲乙丙角形。其乙丙與丙甲之比例。若癸甲丙角形之丙甲與丙癸。本篇八 卽乙丙與丙甲兩邊相似。則癸甲丙、與甲乙丙、兩角形之比例。爲丙甲與乙丙再加之比例。本篇十九 而丙辛與乙丁兩形之比例。亦爲丙甲與乙丙再加之比例。九本篇二十 則癸甲丙與甲乙丙兩角形之比例。若丙辛與乙丁兩形也。五卷十一 依顯癸乙甲與甲乙丙兩角形之比例。若乙庚與乙丁兩形也。是一甲癸丙。與二甲乙丙、之比例。若三丙辛、與四乙丁也。而五癸乙甲、與二甲乙丙之比例。若六乙庚、與四乙丁也。卽一甲癸丙、五癸乙甲、幷、與二甲乙丙之比例。若三丙辛、六乙庚、幷、與四乙丁也。五卷廿四 既一甲癸丙、五癸乙甲、幷、與二甲乙丙等。故三丙辛、六乙庚、幷、與四乙丁亦等。

又論曰、一甲丙上直角方形、與二乙丙上直角方形之比例。若三丙辛形、與四乙丁形。此兩率之比例。皆甲丙與乙丙再加之比例。見本篇十九二十。又五甲乙上直角方形、與二乙丙上直角方形之比例。若六乙庚形與四乙丁形卽一甲丙上、五甲乙上、兩直角方形幷、與二乙丙上直角方形之比例。若三丙辛、六乙庚、兩形幷、與四乙丁形。

五卷廿四　既甲丙、甲乙、上兩直角方形幷、與乙丙上直角方形等。一卷四七則丙辛、乙庚、兩形幷、與乙丁形等。



增題。角形之一邊上一形。與餘兩邊上兩形。相似而體勢等者。其一形與兩形幷等。則餘兩邊內角必直角。

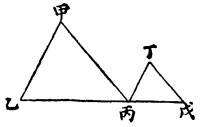
解曰。甲乙丙角形。于乙丙上、任作一直線形。與甲乙、甲丙、上兩形、相似而體勢等。其一形與兩形幷等。題言乙甲丙必直角。

論曰。試作甲丁、爲甲丙之垂線。與甲乙等。次作丁丙線。其丙甲丁既直角。即于丁丙上作一形。與乙丙上形相似。其丁丙上形。與丁甲、甲丙、上相似而體勢等之兩形、幷、等矣。本題又甲丁與甲乙等。其上兩形亦等。即丁丙上形。與甲乙、甲丙、上兩形幷、亦等。而乙丙上形。元與甲乙、甲丙、上兩形幷、等。則丁丙、乙丙、上兩形亦等。而丁丙與乙丙、兩線亦等。本篇廿二補論夫甲丙丁角形之甲丁。與甲乙丙角形之甲乙等。甲丙同邊。其底乙丙、丁丙、又等。即丁甲丙、與乙甲丙、兩角必等。丁甲丙既直角。則乙甲丙亦直角。

第三十二題

兩三角形。此形之兩邊。與彼形之兩邊、相似。而平置兩形。成一外角。若各相似之各兩邊、各平行。則其餘各一邊、相聯爲一直線。

解曰。甲乙丙、丁丙戊、兩角形。其甲乙、甲丙、邊。與丁丙、丁戊、邊相似者。謂甲乙與甲丙之比例。若丁丙與

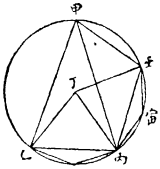


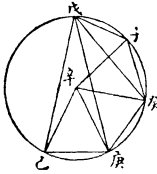
丁戊也。試平置兩形。令相切。成一甲丙丁外角。而甲乙與丁丙。甲丙與丁戊。各相似之兩邊。各平行。題言乙丙、丙戊、爲一直線。

論曰。甲乙與丁丙既平行。卽甲角、與內相對之甲丙丁、等。一卷廿九 依顯丁角、亦與內相對之甲丙丁、等。則甲丁、兩角等。而甲乙丙、與丁丙戊、兩角形之甲、丁、兩角旁、各兩邊比例又等。卽兩形爲等角形。而乙角與丁丙戊角必等。本篇六 次于乙角、加甲角。于丁丙戊角、加等甲之甲丙丁角。卽乙、甲、兩角幷。與等甲丙丁、丁丙戊、兩角幷、之甲丙戊角等。次每加一甲丙乙角、卽甲乙丙形之內三角幷。與甲丙乙、甲丙戊、兩角幷、等。夫甲乙丙形之內三角等兩直角。一卷廿二 則甲丙乙、甲丙戊、幷亦等兩直角。而爲一直線。一卷十四

第三十三題　三支

等圜之乘圜分角。或在心。或在界。其各相當兩乘圜角之比例。皆若所乘兩圜分之比例。而兩分圜形之比例。亦若所乘兩圜分之比例。

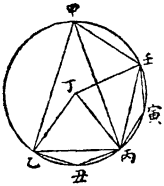


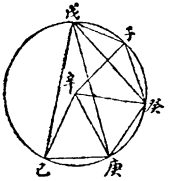


解曰。甲乙丙、戊己庚、兩圜等。其心爲丁、爲辛。兩圜各任割一圜分。爲乙丙、爲己庚。其乘圜角之在心者。爲乙丁丙、己辛庚。在界者。爲乙甲丙、己戊庚。題先言乙丙、與己庚、兩圜分之比例。若乙丁丙、與己辛庚、兩角。次言乙甲

丙、與己戊庚、兩角之比例。若乙丙、與己庚、兩圜分。後言乙丁、丁丙、兩腰、偕乙丙圜分、內乙丁丙分圜形。與己辛、辛庚、兩腰、偕己庚圜分、內己辛庚分圜形、之比例。亦若乙丙、與己庚、兩圜分。

先論曰。試作乙丙、己庚、兩線。次作丙壬合圜線。與乙丙等。作庚癸、癸子、兩合圜線。各與己庚等。四卷一 其丙壬既與乙丙等。即乙丙與丙壬、兩圜分亦等。三卷十八 而乙丁丙與丙丁壬、兩角亦等。三卷廿七 依顯己庚、庚癸、癸子、三圜分。己辛庚、庚辛癸、癸辛子、三角。俱等。則乙丙壬圜分、倍乙丙圜分之數。如在心乙丁壬角、或乙丁壬內地、倍乙丁丙角之數。而己庚癸子圜分、倍己庚圜分之數。如在心己辛子角、或己辛子內地、倍己辛庚角之數。何者。乙丁壬、己辛子、兩角、或兩地內、之分數。與乙丙壬、己庚癸子、兩圜分內之分數。各等、故也。然則乙丁壬角、與地。若等于己辛子角、與地。即乙丙壬圜分。必等于己庚癸子圜分矣。若大、亦大。若小、亦小矣。是一乙丙所倍之乙丙壬。三乙丁丙所倍之乙丁壬。偕二己庚所倍之己庚癸子。四己辛庚所倍之己辛子。等、大、小、皆同類也。則一乙丙與二己庚之比例。若三乙丁丙與四己辛庚也。五卷界說六

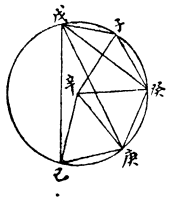


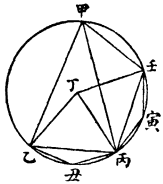


次論曰。乙丁丙角、倍大于乙甲丙角。而己辛庚角。亦倍大于己戊庚角。三卷二十 即乙丁丙、與己辛庚、兩角之比例。若乙甲丙、與己戊庚、兩角矣。五卷廿五 則乙甲丙與己戊庚、在界乘圜之兩角。亦若乙丙與己庚兩

圜分也。五卷十若作甲壬、戊癸、直線。亦可用先論推顯。用地當角。說見三卷廿增題。

後論曰。試于乙丙圜分內、作乙丑丙角。次于丙壬圜分內、作丙寅壬角。此兩角、所乘之乙甲壬丙、與丙乙甲壬、兩圜分既等。三卷廿七即兩角亦等。而乙丑丙、與丙寅壬、兩圜小分。亦相似。亦相等。乙丙與丙壬、兩合圜線等故。見三卷四廿次每加一相等之乙丁丙、丙丁壬、角形。即乙丁丙、丙丁壬、兩分圜形等。一卷四則乙丁壬分圜形、倍乙丁丙分圜形之數。如乙丙壬圜分、倍乙丙圜分之數。依顯己辛子分圜形、倍己辛庚分圜形之數。亦如己庚癸子圜分倍己庚圜分之數。然則乙丙壬圜分。若等于己庚癸子圜分者。即乙丁壬分圜形。亦于等己辛子分圜形矣。若大、亦大。若小、亦小矣。五卷界說六是乙丙壬圜分之倍一乙丙圜分。乙丁壬分圜形之倍三乙丁丙分圜形。偕己庚癸子圜分之倍二己庚圜分。己辛子分圜形之倍四己辛庚分圜形。等、大、小、皆同類也。則一乙丙圜分與二己庚圜分之比例。若三乙丁丙分圜形與四己辛庚分圜形也。五卷界說六





一系。在圜心兩角之比例。皆若兩分圜形。

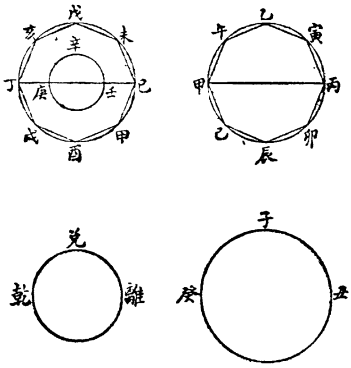
二系。在圜心角、與四直角之比例。若圜心角所乘圜分、與全圜界。四直角、與在圜心角之比例。若全圜界、與圜心角所乘之圜分。

按丁先生言、歐几里得六卷中多研察有比例之線。竟不及有比例之面。故因其義類。增益數題。用

補闕如左云。竇復增一題。竊弁于首。仍以題旨、從先生舊題、隨類附演。以廣其用。俱稱今者。以別于先生舊增也。

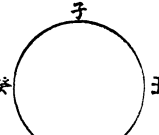
今增題。圜與圜。爲其徑與徑再加之比例。

解曰。甲乙丙、丁戊己、兩圜。其徑甲丙、丁己。題言甲乙丙與丁戊己。爲甲丙與丁己再加之比例。



論曰。如云不然。當言甲乙丙圜。與小于丁戊己之庚辛壬圜。或大于丁戊己之癸子丑圜。爲甲丙與丁己再加之比例也。五卷界說二十增 若言庚辛壬是者。試置庚辛壬圜于丁戊己圜內、爲同心。次于外圜內、作丁亥戊未己申酉戊多邊切形。其多邊爲偶數。又等。而全不至內圜也。四卷十六補題 次于甲乙丙圜內、作甲午乙寅丙卯辰己多邊切形。與丁戊己圜內切形相似。四卷十六補題可推 其兩圜內兩徑上。有丁亥戊未己、與甲午乙寅丙、相似之兩多邊形。則爲兩相似邊再加之比例也。本篇一十 而甲丙與丁己兩線。爲兩形之相似邊。據如彼論。即甲午乙寅丙、與丁亥戊未己、兩形。甲乙丙、與庚辛壬、兩圜。同爲甲丙與丁己兩線再加之比例也。甲乙丙半圜。大于甲午乙寅丙形。將庚辛壬半圜。亦大于丁亥戊未己形乎。則分大于全乎。若

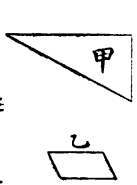
言癸子丑是者。亦如前論。甲午乙寅丙、與丁亥戊未己、兩形。甲乙丙、與癸子丑、兩圜。同爲甲丙與丁己兩線再加之比例也。反之。卽癸子丑與甲乙丙兩圜之比例。爲丁己與甲丙兩徑再加之比例也。試設他圜乾兌離。令癸子丑與甲乙丙之比例。若丁戊己與乾兌離。五卷界說增則丁戊己與乾兌離兩圜。亦宜爲丁己與甲丙兩徑再加之比例也。癸子丑、既大于丁戊己。卽甲乙丙、亦大于乾兌離。而丁戊己、與小于甲乙丙之乾兌離、兩圜。能爲丁己與甲丙兩徑再加之比例乎。前已駁有兩圜。其第一。與他圜之小于第二者。不得爲元圜兩徑再加之比例。夫甲乙丙、不得與圜之大于丁戊己者、小于丁戊己者、爲甲丙與丁己再加之比例。則止有元兩圜爲其元兩徑再加之比例。



一系。全圜、與全圜。半圜、與半圜。相當分、與相當分。任相與爲比例。皆等。蓋諸比例。皆兩徑再加之比例故。

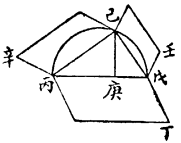
二系。三邊直角形。對直角邊爲徑、所作圜。與餘兩邊爲徑、所作兩圜、幷、等。半圜、與兩半圜幷、等。圜分、與相似兩圜分幷、等。本篇卅一可推

三系。三線爲連比例。以爲徑。所作三圜。亦爲連比例。推此可求各圜之相與爲比例者。本篇十九二十之系可推

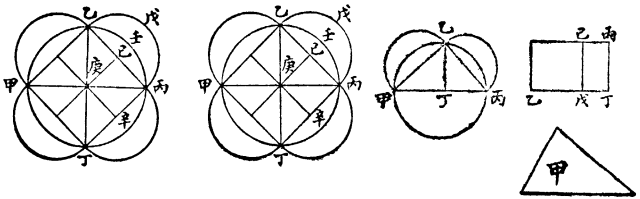


一增題直線形。求減所命分。其所減、所存、各作形。與所設形相似而體勢等。

法曰。如甲直線形。求減三分之一。其所減、所存。各作形。與所設乙形相似而體勢等。先作丙丁形。與甲等。與乙相似而體勢等。本篇廿五 次任于其一邊、如丙戊上、作丙己戊半圜。次分丙戊爲三平分。而取其一庚戊。次從庚作己庚。爲丙戊之垂線。本篇九 次作己丙、己戊、兩線。末于己丙、己戊、上作己辛、己壬、兩形。各與丙丁相似而體勢等。本篇十八 卽所求。



論曰。丙己戊角形。既負半圜、爲直角。三卷廿一 卽丙丁直線形。與己辛、己壬、相似之兩形幷、等。本篇廿一 而于等甲之丙丁形。減己壬。存己辛。兩形各與丙丁相似而體勢等。則與乙相似而體勢等。今欲顯己壬爲丙丁三分之一者。試觀丙庚己、丙己戊。兩角形既相似。本篇八 卽丙庚與庚己之比例。若丙己與己戊也。本篇四 夫丙庚、庚己、庚戊、三線爲連比例。卽丙庚與庚戊。爲丙庚與庚己再加之比例。本篇八之系 而己辛與己壬兩形。亦爲丙己與己戊兩相似邊再加之比例。本篇十九二十 卽丙庚與庚戊兩線之比例。若己辛與己戊兩形也。兩比例、爲兩同理比例之再加故。合之。則丙戊、與庚戊、之比例。若等己辛、己壬、兩形幷之丙丁、與己壬矣。丙戊三倍于庚戊。則丙丁亦三倍于己壬。而己壬爲等甲之丙丁三



分之一。

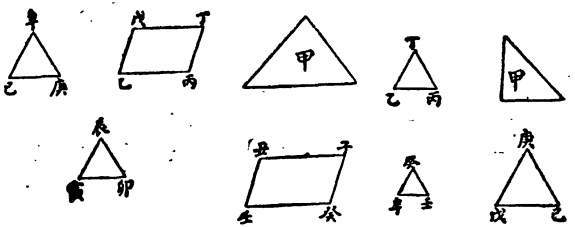
若直線形求減之。不論所減所存何形。其法更易。如甲形。求減三分之一。先作乙丙平行線形。與甲等。一卷四一 次分乙丁爲三平分、而取其一戊丁。末從戊作己戊線。與丙丁平行。卽戊丙形爲等甲之乙丙形三分之一。本篇一

今附。若于大圓求減所設小圓。則以圓徑當形邊。餘法同前。如上圖。

又今附。依此法。可方一初月形。方初月形者。謂作直角方形。與初月形等。 如甲乙丙丁圜。其界上有附圜四分之一之乙壬丙戊初月形。而求作一直角方形。與初月形等。先從乙丙、作甲乙丙丁內切圜直角方形。三卷六 次用方形法四平分之。卽其一爲所求方形。與初月形等。何者。甲乙丙半圜。與甲乙、乙丙、上兩半圜幷、等。本增題之今附 甲乙、乙丙、兩線自相等。卽其上兩半圜、亦自相等。而庚乙壬丙分圜形。爲大半圜之半。卽與乙己丙戊小半圜等。此兩率者。各減一同用之乙己丙壬圜小分。其所存乙壬丙戊初月形。與庚乙丙角形等。而庚己丙辛直角方形。與庚乙丙角形亦等。則與乙壬丙戊初月形亦等。依顯甲乙丙丁直角方形。與大圜界上四初月形幷、

等。

二增題。兩直線形。求別作一直線形、爲連比例。



法曰。甲、與乙丙丁、兩直線形。求別作一直線形、爲連比例。先作一戊己庚直線形。與甲等。與乙丙丁相似而體勢等。本篇廿五 次以兩形相似之各一邊、如戊己、乙丙。爲前、中率、線。而求其連比例之末率線、爲辛壬。本篇十一 末于辛壬上、作辛壬癸形。與兩形相似而體勢等。本篇十八 卽所求。

論曰。戊己、乙丙、辛壬、三線。既爲連比例。卽其上二形相似而體勢等者。亦爲連比例。本篇廿二

今附。有兩圜。求別作一圜爲連比例。則以圜徑當形邊。依上法作之。

三增題。三直線形。求別作一直線形、爲斷比例。

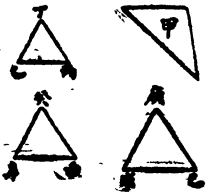
法曰。一甲、二乙丙丁戊、三己庚辛、三直線形。求別作一直線形、爲斷比例。先作壬癸子丑形。與甲等。與乙丁相似而體勢等。本篇廿五 次以三形之任各一邊、如壬癸、乙丙、己庚、爲三率。求其斷比例之末率線、爲寅卯。本篇十二 末于寅卯上、作寅卯辰形。與己庚辛相似而體勢等。本篇十八 卽所求。

論曰。四線既爲斷比例。卽其線上形相似而體勢等者、亦爲斷比例。本篇廿二

今附。有三圖。求別作一圖、爲斷比例。亦以圖徑當形邊。依上法作之。

四增題。兩直線形。求別作一形、爲連比例之中率。

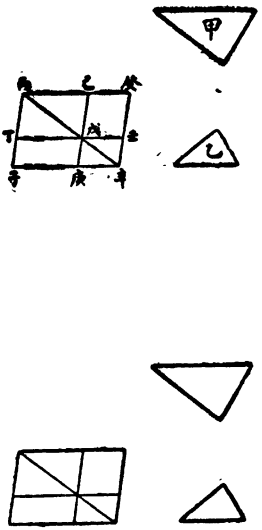
法曰。甲、與乙、丙、丁、兩直線形。求別作一形、爲連比例之中率。先作戊己庚直線形。與甲等。與乙、丙、丁、相似而體勢等。本篇廿五 次求戊己、乙、丙、兩直線連比例之中率、爲辛壬。本篇十三 末于辛壬上、作辛壬癸形。與戊己、乙、丙、上形相似而體勢等。本篇十八 卽所求。



論曰。戊己、辛壬、乙、丙、三線。旣爲連比例。卽各線上、戊己、庚、辛壬、癸、乙、丙、丁、三形。亦爲連比例。本篇廿二

又法曰。甲、乙、兩直線形。求別作一形、爲連比例之中率。先作丁丙己戊平行線形。任直斜角。與甲等。一卷四五 次作庚戊壬辛平行線形。與乙等。與丁己形相似而體勢等。本篇廿五 次置兩平行線形、以戊角相聯。而丁戊、戊壬、爲一直線。卽庚戊、戊己、亦一直線。一卷十五增 末從兩形引長各邊。成丙子辛癸平行線

形。卽兩餘方形、俱爲丁己、庚壬、兩形之中率。

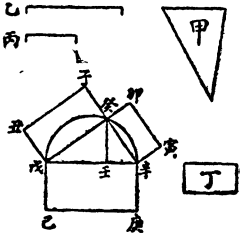


論曰。丁己、庚壬、兩形。既相似而體勢等。卽丁戊與己戊之比例。若戊壬與戊庚也。更之。卽丁戊與戊壬。若己戊與戊庚也。夫丁戊與戊壬兩線之比例。亦若丁己與戊癸兩形。己戊與戊庚兩線之比例。又若戊癸與庚壬兩形。則戊癸爲丁己、庚壬、之中率矣。

又論曰。丁己、庚壬、兩形。既相似而體勢等。卽同依丙辛對角線。本篇廿六而子戊、戊癸、兩餘方形自相等。則丁己與戊癸兩形之比例。若子戊與庚壬兩形。何者。此兩比例、皆若丁戊與戊壬也。則子戊、戊癸。皆丁己、庚壬之中率也。

今附。若兩圖。求作一圖、爲連比例之中率。亦以圓徑當形邊。依上前法作之。

五增題。一直線形。求分作兩直線形。俱與所設形相似而體勢等。其比例。若所設兩幾何之比例。



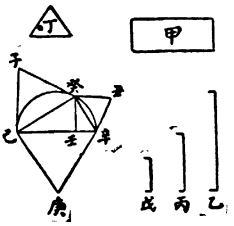
法曰。甲直線形。求分作兩直線形。俱與所設丁形相似而體勢等。其比例。若所設兩幾何、如乙線與丙線之比例。先作戊己庚辛直線形。與甲等。與丁相似而體勢等。本篇廿五 次任用其一邊、如戊辛。兩分之于壬。令戊壬與壬辛之比例。若乙與丙也。分法。先以乙、丙、兩線聯爲一直線。次截戊壬與壬辛。若乙與丙。見本篇十。 次于戊辛上、作戊癸辛半圜。次從壬作癸壬。爲戊辛之垂線。次作戊癸、癸辛、線相聯。末于戊癸、癸辛、上作戊丑子癸、癸卯寅辛、兩形。與戊庚形俱相似而體勢等。本篇十八 卽此兩形幷、與甲等。又各與丁相似而體勢等。其比例。又若乙與丙。

論曰。戊癸辛。既負半圜爲直角。三卷廿一 卽戊子、癸寅、兩形幷。與等戊庚之甲等。本篇廿一 又戊壬與壬癸之比例。若戊癸與癸辛。俱在直角兩旁故。見本篇四。 戊壬、壬癸、壬辛、三線爲連比例。卽戊壬與壬辛。爲戊壬與壬癸再加之比例。本篇八之系 而戊子與癸寅兩形。亦爲戊癸與癸辛兩相似邊再加之比例。本篇二十 則戊壬與壬辛之比例。亦若戊子與癸寅也。兩比例。爲兩同理比例之再加故。 夫戊壬與壬辛。元若乙與丙也。則戊子與癸寅。亦若乙與丙也。

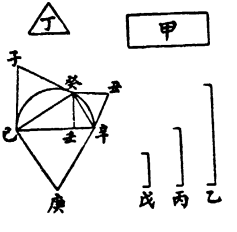
今附。若一圜。求分作兩圜。其比例。若所設兩幾何。亦以圜徑當形邊。依上法作之。

六增題。一直線形。求分作兩直線形。俱與所設形相似而體勢等。其兩分形、兩相似邊之比例。若所

設兩幾何之比例.



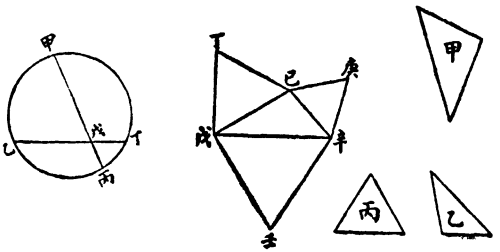
法曰.甲直線形.求分作兩直線形.俱與所設丁形相似而體勢等.其兩分形、兩相似邊之比例.若所設兩幾何、如乙線與丙線之比例.先以乙與丙兩線.求其連比例之末率、爲戊.本篇十一 次作己庚辛直線形.與甲等.與丁相似而體勢等.次任用其一邊、如己辛.兩分之于壬.令己壬與壬辛之比例.若乙與戊也.本篇十 次于己辛線上、作己癸辛半圜.次從壬作癸壬.爲己辛之垂線.次作己癸、癸辛、兩線相聯.末于己癸、癸辛、上作己子癸、癸丑辛、兩形.俱與丁相似而體勢等.卽此兩形幷.與等甲之己庚辛等.而己癸、癸辛、兩相似邊之比例.若乙與丙.



論曰.己癸辛.既負半圜爲直角.三卷卅一 卽己子癸、癸丑辛、兩形幷.與等己庚辛之甲等.本篇卅一 又己壬與壬癸之比例.若己癸與癸辛.俱在直角兩旁故.見本篇四. 己壬、壬癸、壬辛、三線爲連比例.卽己壬與壬辛.爲己壬與壬癸再加之比例.本篇八之系 夫己壬與壬癸之比例.既若己子癸、癸丑辛、兩形相似邊之己癸與癸辛.而乙與戊.元若己壬與壬辛.乙與戊.元爲乙與丙再加之比例.則己癸、癸辛、之比例.若乙與丙.

今附。若一圜。求分作兩圜。其兩圜徑之比例。若所設兩幾何。倣此。

七增題。兩直線形。求并作一直線形。與所設形相似而體勢等。



法曰。甲、乙、兩直線形。求并作一形。與所設丙形相似而體勢等。先作戊丁己形。與甲等。作己庚辛形。與乙等。又各與丙相似而體勢等。本篇廿五 次置兩形。令相似之戊己、己辛、兩邊聯爲直角。次作戊辛線相聯。末依戊辛線作戊辛壬。與丙相似而體勢等。即與上兩形并、等。本篇廿一 如所求。

又法曰。作一平行方形。與甲、乙、兩形并、等。一卷四五 次作戊辛壬角形。與平行方形等。又與丙相似而體勢等。即所求。

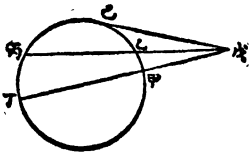
今附。若兩圜。求并作一圜。亦以圜徑當形邊。依上法作之。

八增題。圜內兩合線。交而相分。其所分之線。彼此互相視。

解曰。甲乙丙丁圜內。有甲丙、乙丁、兩合線。交而相分于戊。題言所分之甲戊、戊丙、乙戊、戊丁、爲互相視之線者。謂甲戊與戊丁。若乙戊與戊丙也。又甲戊與乙戊。若戊丁與戊丙也。

論曰。甲戊偕戊丙、與乙戊偕戊丁、兩矩內直角形等。三卷廿五 即等角旁之兩邊。爲互相視之邊。本篇十四

九增題。圜外任取一點。從點出兩直線。皆割圜至規內。其兩全線、與兩規外線。彼此互相視。若從點作一切圜線。則切圜線、爲各割圜全線、與其規外線之各中率。



解曰。甲乙丙丁圜外。任取戊點。從戊作戊丁、戊丙、兩割圜至規內之線。遇圜界于甲、于乙。題言戊丙、戊乙、戊丁、戊甲、互相視者。謂戊丙與戊丁。若戊甲與戊乙也。又戊丙與戊甲。若戊丁與戊乙也。

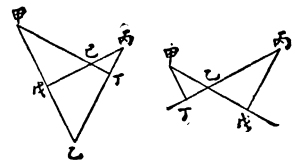
論曰。試從戊作戊己線。切圜于己。卽戊丙偕戊乙、矩內直角形。戊與己上直角方形等。三卷卅六 又戊丁偕戊甲、矩內直角形。與戊己上直角方形亦等。卽戊丙偕戊乙、與戊丁偕戊甲、兩矩內直角形、自相等。而等角旁之兩邊。爲互相視之邊。本篇十四 又戊丙偕戊乙、戊丁偕戊甲、兩矩內直角形。各與戊己上直角方形等。三卷卅六 卽戊丙、戊己、戊乙、三線爲連比例。戊丁、戊己、戊甲、三線亦爲連比例。而戊己爲各全線與其規外線之各中率。本篇十七

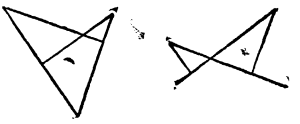
十增題。兩直線相遇。作角。從兩線之各一界。互下垂線。而每方爲兩線。一自界至相遇處。一自界至垂線。則各相對之兩線。皆彼此互相視。

解曰。甲乙、丙乙、兩線。相遇于乙。作甲乙丙角。從甲作丙乙之垂線。從丙作甲乙之垂線。若甲乙丙爲鈍角。卽如前圖。兩垂線、當至甲乙、丙乙、之各引出線上。爲甲丁、爲丙戊。其甲戊、丙丁。交而相分于乙

也。若甲乙丙爲銳角。卽如後圖。甲丁、丙戊、兩垂線。當在甲乙丙乙之內。交而相分于己也。題言兩圖之甲乙、乙戊、丙乙、乙丁、皆彼此互相視者。謂甲乙與乙丙。若丁乙與乙戊也。又甲乙與丁乙。若乙丙與乙戊也。

論曰。甲乙丁角形之甲乙丁、甲丁乙、兩角。與丙乙戊角形之丙乙戊、丙戊乙、兩角。各等。兩爲直角。兩爲交角。于前圖。于後圖爲同角。故。卽兩形爲等角形。而甲乙與丁乙。若乙丙與乙戊也。本篇四 更之。則甲乙與乙丙。若丁乙與乙戊也。

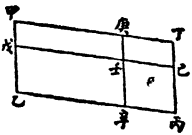




又論曰。依前圖。可推後圖之甲丁、丙戊。交而相分于己。其甲己、己丁、丙己、己戊、亦彼此互相視。蓋甲

己戊、丙己丁。既爲等角形。卽甲己與己戊。若丙己與己丁也。本篇四 更之。則甲己與丙己。若己戊與己丁也。

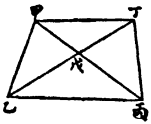
十一增題。平行線形內。兩直線與兩邊、平行相交。而分元形爲四平行線形。此四形。任相與爲比例。皆等。



解曰。甲乙丙丁平行線形內。作戊己、庚辛、兩線。與甲丁、丁丙、各平行。而交于壬。題言所分之戊庚、庚己、乙壬、壬丙、四形。任相與爲比例。皆等。

論曰。戊壬與壬己兩線之比例。既若戊庚與庚己兩形。本篇一 又若乙壬與壬丙兩形。卽戊庚與庚己。亦若乙壬與壬丙也。五卷十二 依顯乙壬與戊庚。亦若壬丙與庚己也。

十二增題。凡四邊形之對角兩線。交而相分。其所分四三角形。任相與爲比例。皆等。

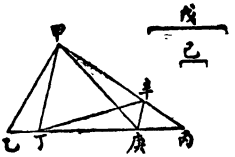


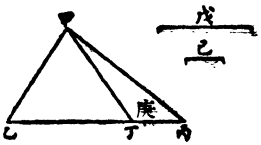
解曰。甲乙丙丁四邊形之甲丙、乙丁、兩對角線。交相分于戊。題言所分甲戊丁、乙戊丙、甲戊乙、丁戊丙、四三角形。任相與爲比例。皆等。

論曰。甲戊與戊丙兩線之比例。若甲戊丁與丁戊丙兩角形。又若甲戊乙與乙戊丙兩角形。本篇一 卽甲戊丁與丁戊丙兩角形。亦若甲戊乙與乙戊丙也。依顯甲戊乙與甲戊丁。亦若乙戊丙與丁戊丙

也。

十三增題。三角形。任于一邊。任取一點。從點求作一線。分本形爲兩形。其兩形之比例。若所設兩幾何之比例。



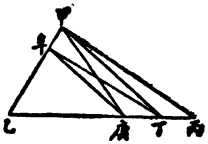


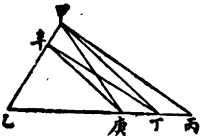
先法曰。甲乙丙角形。任于一邊、如乙丙上。任取一點爲丁。求從丁作一線。分本形爲兩形。其兩形之比例。若所設兩幾何、如戊線與己線之比例。先以乙丙線、兩分之于庚。令乙庚與庚丙之比例。若戊與己。本篇十 其庚與丁、若同點。即作丁甲線。則乙丁與丁丙兩線之比例。若乙丁甲與丁丙甲兩角形也。本篇一 是丁甲線所分兩形之比例。若戊與己。

次法曰。若庚在丁丙之內。亦作丁甲線。次從庚作庚辛線。與丁甲平行。次作丁辛線相聯。即丁辛線、分本形爲兩形。其比例、若戊與己者。謂乙丁辛甲無法四邊形。與丁丙辛角之比例。若乙庚與庚丙也。亦若戊與己也。

論曰。試作庚甲線、即辛庚甲、庚辛丁、兩角形等。一卷廿七 次每加一丙庚辛角形。即丙庚甲、丙辛丁、兩角形亦等。則甲乙丙全形、與丙庚甲角形之比例。若甲乙丙、與丙辛丁也。五卷七 分之。則乙庚甲角形、與丙庚甲角形之比例。若乙丁辛甲無法四邊形、與丙辛丁角形也。五卷十七 乙庚甲、與丙庚甲兩角形之比例。

既若乙庚、與庚丙。本篇一則乙丁辛甲無法四邊形、與丙辛丁角形之比例。亦若乙庚、與庚丙也。則亦若戊、與己也。





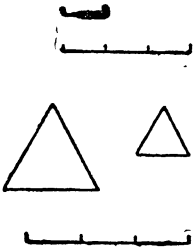
後法曰。若庚在乙丁之內。亦作丁甲線。次從庚作庚辛線。與丁甲平行。次作丁辛線相聯。即丁辛線、分本形爲兩形。其比例、若戊與己者。謂乙丁辛角形、與丁丙甲辛無法四邊形之比例。若乙庚與庚丙也。亦若戊與己也。

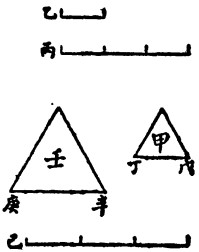
論曰。試作庚甲線。如前推顯辛庚甲、庚辛丁、兩角形等。一卷卅七次每加一乙庚辛角形。即乙庚甲、與乙辛丁、兩角形亦等。則甲乙丙全形、與乙庚甲角形之比例。若甲乙丙、與乙辛丁也。五卷七分之。則丙庚甲角形、與乙庚甲角形之比例。若丁丙甲辛無法四邊形、與乙辛丁角形也。五卷十七反之。則乙庚甲角形、與丙庚甲角形之比例。若乙辛丁角形、與丁丙甲辛無法四邊形也。乙庚甲、與丙庚甲之比例。既若乙庚、與庚丙。本篇一則乙丁辛角形、與丁丙甲辛無法四邊形之比例。亦若乙庚、與庚丙也。則亦若戊與己也。

系。凡角形。任于一邊。任取一點。從點求減命分之一。如前法。作多倍大之比例。即得。其所作倍數。每少于命分之一。如求減四分之一。即作三倍大之比例。減五分之一。即作四倍大之比例也。則全形與所減分之比例。其倍數。若命分之數也。

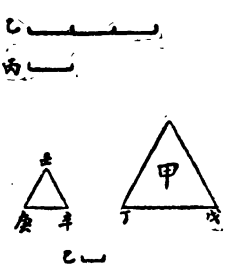
十四增題。一直線形。求別作一直線形。相似而體勢等。其小大之比例。如所設兩幾何之比例。

法曰。甲直線形。求別作直線形。相似而體勢等。其甲形、與所作形、小大之比例。若所設兩幾何、如乙與丙兩線之比例。先以乙、丙、及任用甲之一邊如丁戊、三線。求其斷比例之末率。爲己。本篇十二 次求丁戊、及己、之中率線。爲庚辛。本篇十三 末從庚辛上作壬直線形。與甲相似而體勢等。卽甲與壬之比例。若乙與丙。



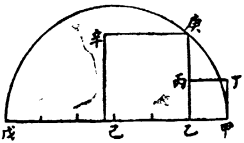


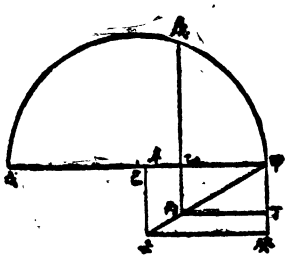
論曰。丁戊、庚辛、己、三線爲連比例。卽一丁戊與三己之比例。若相似而體勢等之甲與壬。本篇十九二十之系

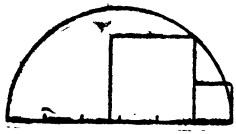


若先設大甲。求作小壬。若乙與丙。其法同。如上圖。用此法。可依此直線形。加作兩倍大、三倍、四、五、倍、大、以至無窮之他形。亦可依此直線形。減作二分之一、三分、四、五、分之一、以至無窮之他形。其此形與他形。皆相似而體勢等。

有用法。作直角方形、平行線形、及各形之相加、相減者。如甲乙丙丁直角方形。求別作五倍大之他形。先以甲乙線引長之。以甲乙爲度。截取五分、至戊。令乙至戊、五倍大于甲乙也。次以甲戊兩平分于己。次以己爲心。甲戊爲界。作甲庚戊半圜。其乙丙線直行遇圜界于庚。卽乙庚爲所求方形之一邊也。末作乙庚辛己直角方形。卽五倍大于甲丙。何者。乙庚既爲戊乙、乙甲、之中率線。本篇十三之系

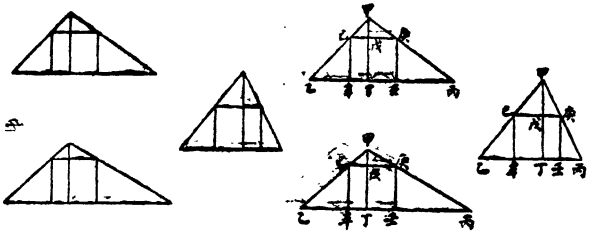






即一戊乙、與三乙甲之比例。若二庚乙上直角方形、與三甲乙上直角方形之比例也。本篇二十之系戊乙既五倍于乙甲。則乙辛亦五倍于甲丙。若戊乙爲乙甲之六倍。則乙辛亦甲丙之六倍。若戊乙爲乙甲三分之一。則乙辛亦甲丙三分之一。相加、相減。倣此以至無窮。如甲乙丙丁平行直角形。求別作二倍大之他形。相似而體勢等。先以甲乙線引長之。以甲乙爲度。截取二分、至戊。令乙至戊、二倍大于甲乙也。次以甲戊兩平分于己。次以己爲心。甲戊爲界。作甲庚戊半圜。其丙乙線、直行遇圜界于庚。即乙庚爲所求直角形之一邊也。次于甲戊線上、截取甲辛。與乙庚等。從辛作辛壬線。與乙丙平行。次作甲丙對角線、引長之。與辛壬線遇于壬。末作丁癸、癸壬。成甲辛壬癸平行直角形。即二倍大于甲丙。又相似而體勢等。何者。戊乙、乙庚、乙甲、三線既爲連比例。本篇十三之系如前論。一戊乙、與三乙甲之比例。若二等乙庚之甲辛、上平行直角形甲壬。與三甲乙上平行直角形甲丙也。本篇二十之系戊乙既二倍于甲乙。則甲壬亦二倍于甲丙。用此法。凡甲乙上、不論何等形。與乙庚上形相似而體勢等者。其乙庚上形。皆二倍大于甲乙上形。相加、相減。俱倣此以至無窮。

今附。若用前法作圜則乙庚徑上圜、亦二倍大于甲乙徑上圜。相加、相減。倣此以至無窮。以上用法。與本增題同。但此用法。隨作隨得中率線。不費尋求。致爲簡易耳。

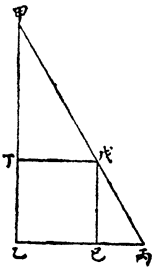


十五增題。諸三角形。求作內切直角方形。

法曰。如甲乙丙銳角形。求作內切直角方形。先從甲角、作甲丁、爲乙丙之垂線。次以甲丁線、兩分于戊。令甲戊與戊丁之比例。若甲丁與乙丙。本篇一增題 末從戊作己庚線。與乙丙平行。從己、從庚、作己辛、庚壬、兩線。皆與戊丁平行。即得己壬形、如所求。若直角、鈍角形。則從直角、鈍角、作垂線。餘法同。如第二第三圖是

論曰。己戊庚線。既與乙丙平行。即乙丁與丁丙。若己戊與戊庚也。本篇四之增題 合之。即乙丙與丁丙。若己庚與戊庚也。又丁丙與甲丁。若戊庚與甲戊。甲丁丙、與甲戊庚、爲等角形故。見本篇四之末。平之。即乙丙與甲丁。若己庚與甲戊也。又甲丁與乙丙。若甲戊與戊丁。平之。即乙丙與乙丙。若己庚與戊丁也。乙丙與乙丙同線。必等。即己庚與戊子必等。而己庚與辛壬又等。一卷廿四 戊丁與己辛、庚壬、亦等。則己庚、庚壬、壬辛、辛己、四邊俱等。又戊丁辛既直角。即己辛丁亦直角。一卷廿九 其餘亦皆直角。而己壬爲直

角方形。



又法曰。若直角三邊形。求依乙角、作內切直角方形。則以垂線甲乙、兩分于丁。令甲丁與丁乙之比例。若甲乙與乙丙。本篇十 次從丁作丁戊直線。與乙丙平行。從戊作戊己直線。與甲乙平行。即得丁己形、如所求。

論曰。乙丙與甲乙。既若丁戊與甲丁。甲乙丙、甲丁戊、爲等角形故。見本篇四之系。而甲乙與乙丙。又若甲丁與丁乙。平之。即乙丙與乙丙。若丁戊與丁乙也。乙丙與乙丙同線。必等。即丁戊與丁乙、必等。而丁己爲直角方形。

今附。如上三邊直角形。依乙角、作內切直角方形。其方形邊。必爲甲丁、己丙、兩分餘邊之中率。何者。甲丁與丁戊。若戊己與己丙故。本篇四之系

王雲五主編

叢書集成初編

幾何原本

四冊

中華民國二十八年十二月初版

口譯者 利瑪竇

筆受者 徐光啓

發行人 王雲五 長沙南正路

印刷所 商務印書館

發行所 商務印書館 各埠

（本書校對者潘同曾）

G一五九三上

鎮